

# MATEMATIKA MŰVELTSÉGI TERÜLET

## Bevezetés

Jelen tanterv a NAT 2003-ban leírt célok és fejlesztési követelmények alapján készült. A középiskolai szakasz követelményeinek meghatározásánál a középszintű érettségi követelmények voltak a meghatározók. A tananyag tagolása az érettségi követelményeknél megjelenő felosztással egyezik meg. Az öt fő terület: **Gondolkodási módszerek; Számtan, algebra; Függvények, sorozatok; Geometria; Valószínűség, statisztika.**

A tananyag feldolgozására álló időkeretet évfolyamonként tartalmazza a tanterv.

## Alapelvek, célok

„Az iskolai matematikatanítás célja, hogy a megfelelő nevelő, orientáló és irányító funkciók ellátásával lehetőleg hiteles – ezért egységes, összefüggő – képet nyújtson a matematikáról, nemcsak, mint kész, merev ismeretrendszerrel, hanem mint sajátos emberi megismerési tevékenységről, szellemi magatartásról.” A matematikai gondolkodás területeinek a fejlesztése elősegíti a részterületekhez tartozó kompetenciák kialakulását, melyek emelik a gondolkodás általános kultúráját, a személyiség fejlődését. Megmutatjuk a matematika különböző részterületeinek kiépülését, a részterületek szoros kapcsolatát, mely segíti a matematikai gondolkodás fejlődését. A fenti célokhoz azok a folyamatok vezetnek el, melyek során a matematika belső struktúráját (alapfogalom, axióma, definíció, tétel, bizonyítás) kiépítjük, figyelembe véve az életkori és egyéni fejlődési sajátosságokat, a fejlődő absztrakciós képességeknek megfelelően.

A matematikai nevelés szerepe, hogy a matematikát bemutassa, mint kulturális örökségünk részét, adjon teret az olyan alkotótevékenységeknek, melyek az esztétikum megjelenítői. Mutassa meg, hogy a matematika más tudományok (természettudományok, társadalomtudományok), konkrét tantárgyak segítője, a hétköznapi életben alkalmazható eszköz. Fontos, hogy segítse a pontos, kitartó munkára, figyelemkoncentrációra nevelést. Alakítsa ki a tanulóban az önellenőrzés igényét, tudják becsülni az eredmény várható értékét és ennek alapján legyen képes döntések meghozatalára.

Figyelembe véve, hogy a kerettanterv élsportoló tanulók számára készült a célok és a feladatok teljesíthetőségéhez a tananyagok megválasztásánál, azok tárgyalásmódjánál vegyük figyelembe a tanulók érdeklődését, pályaorientációját. A differenciálás segítse az egyének igényeinek figyelembevételét és járuljon hozzá a célok megvalósulásához. Fontos, hogy a tanulók között kialakuljanak, erősödjenek az egymás segítségére, együtt működésre való képességek a matematikán belül is. A tanulók tantárgyi motivációját segítsük a sporthoz kapcsolódó feladatok alkalmazásával.

A matematika műveltségi terület fejlesztésének kiemelt területei a NAT 2003 szellemének megfelelően:

- A kommunikációs kultúra fejlesztése (meghallgatás, érvek keresése, érvekre épülő vitakészség fejlesztése)
- A matematika szerepének megértése más tudományokban.
- A modellalkotás- és értelmezés képességének kialakítása.

- A matematikai ismeretek gyakorlati alkalmazása.
- A matematikai gondolkodásmód fejlesztése (reproduktív, problémamegoldó, alkotó).
- A matematikatanulás képességeinek, szokásainak, az önellenőrzés igényének, módszereinek alakítása.

# MATEMATIKA

## 1-4. évfolyam

### Alapelvek, célok

Az általános iskolai matematikatanításnak elsődleges célja, hogy fejlessze a tanulóknál azokat a képességeket, melyek a világ mennyiségi viszonyainak megismeréséhez vezető módszereket az önálló ismeretszerzés útján teszik elsajátíthatóvá.

*Az önálló tapasztalatszerzés legfontosabb területei és feladatai:*

- az alapvető matematikai képességek kialakítása,
- a matematikai problémák iránti érdeklődés felkeltése,
- a matematikai problémák kezelésének elsajátítása,
- problémamegoldó gondolkodás fejlesztése,
- döntési kompetenciák kialakítása,
- az életkornak megfelelő szintű szaknyelv-ismeret és -használat elsajátítása,
- tanulási szokások kialakítása.

A matematikai gondolkodás fejlesztése, az egyes részterületeken szerzett kompetenciák kiépülése pozitív hatással van a gondolkodás általános fejlettségi szintjére. Különösen igaz ez azokban az esetekben, amikor a fejlesztő tevékenységek kiemelten építenek a tanulók önálló ismeretszerzési gyakorlatára.

Az elsajátítás folyamatában lehetőséget kell találni annak bemutatására is, hogy a matematika tudományos és kulturális örökségünk része, melynek fejlődése szorosan kapcsolható az emberi alkotásokat kísérő értékekhez. Ki kell emelnünk, hogy a matematika széles körű felhasználásánál fogva egyaránt segít a tudományos és gyakorlati kérdések megoldásában. Ugyanakkor be kell mutatnunk azt is, hogy a matematikai tevékenység esztétikai értékeket is hordoz.

A matematikaoktatásban lehetőséget kell találni olyan értékek közvetítésére, melyek valamennyi tantárgyhoz kapcsolható tevékenységnél megjelennek, de amelyek megjelenítését a matematikai tevékenység segítheti elsősorban. Ezen utóbbiak közül kiemelendő: a problémákra adott válaszok kritikai kezelése, az egyes megoldások ellenőrzése, törekvés az adatok rendszerezésére, az összes lehetséges megoldás megkeresésére, a kommunikáció korrekt és világos megvalósításának igényére.

A fejlesztés során törekednünk kell arra, hogy a tanuló képes legyen tudatos és tartós figyelemkoncentrációra. Érdeklődéssel kapcsolódjon be a tevékenységekbe. Észlelje a problémákat, és azokat meg is tudja fogalmazni. Legyen képes egyszerű szövegeket értelmezni és alkotni.

Tekintettel a sportiskolák tanulóinak speciális helyzetére, külön figyelmet kell fordítani arra, hogy a sporthoz kapcsolódó feladatok segítsék a tanulók tantárgyi motivációjának kialakulását.

*A fejlesztés fontosabb területei:*

- összehasonlítás, azonosítás, megkülönböztetés
- emlékezet, (mozgásos, tárgyi, fogalmi)
- válogató, osztályozó és rendszerező képesség,
- adatok gyűjtésének, lejegyzésének, rendezésének képessége,
- probléma felismerése, problémamegoldás tárgyi tevékenységgel és egyszerűbb esetekben gondolati úton,
- analógiák felismerése, követése,
- algoritmikus gondolkodás, algoritmusok követése,
- logikai gondolkodás az életkornak megfelelő szinteken,
- absztraháló és konkretizáló képesség,
- összefüggések felismerése, oksági és egyéb kapcsolatok feltárása,
- tapasztalatok kifejezése különféle módokon (megmutatással, rajzzal, adatok rendezésével, példák, ellenpéldák gyűjtésével, stb.), megfogalmazása saját szókinccsel, egyszerűbb esetekben matematikai szaknyelv, illetve jelrendszer alkalmazásával,
- térbeli tájékozódás képessége,
- a munkavégzéshez szükséges általánosabb képességek (pl.: pontosság, rendszeresség, megbízhatóság, a részletszámítások és az eredmény ellenőrzése),
- tevékenységekhez kötött alkotó gondolkodás,
- kreativitás.

A kezdő szakasz feladata az alapvető matematikai ismeretek elsajátítása, a problémamentes továbbhaladás biztosítása a kötelező oktatás keretében. Az alapozás a matematika kiemelt témaköreiben az ismeretek koncentrikus és spirális bővülését segíti elő. Ezért kiemelten kezeljük azokat a tanítási tartalmakat, amelyekre a következő iskolaszakasz tananyaga épül:

- a természetes szám fogalmát gazdag tartalommal építjük ki tízezres számkörben,
- segítjük a biztonságos eligazodást a tízes számrendszerben,
- kidolgozzuk és fejlesztjük a biztonságos szám- és műveletfogalomra épülő számolási készségeket,
- előkészítjük a számkörbővítést,
- formáljuk a sík- és térbeli tájékozódási képességét,
- alakzatok megismerésével, formai és mennyiségi tulajdonságok felismerésével, egyszerű transzformációk végzésével, térbeli mozgások, építések végzésével alakítjuk a geometriai szemléletet,
- tapasztalati függvények és sorozatok vizsgálatával, ábrázolásával segítjük a problémalátást, probléma megoldási képesség fejlődését,
- valószínűségi játékokkal, megfigyelésekkel, kísérletekkel megalapozzuk a valószínűségi szemléletet,
- konkrét szituációkkal, példákkal alakítjuk a tanulók szemléletét a valóság és a matematikai modell kapcsolatáról.

Nem mennyiségi, hanem minőségi fejlesztést kívánunk folytatni, tehát a tanulók tempójának megfelelően haladunk. Nem a többre, hanem az alaposabbra helyezzük a hangsúlyt. A követelmények között vastagon szedve jelöltük a továbbhaladáshoz feltétlenül elérendő követelményeket. Az adott témakörhöz tartozó fejlesztési feladatokat röviden a témakörrel azonos sorban soroltuk fel.

## 1. évfolyam

Időkeret: 148 óra/ év; 4 óra/hét

Témakörök	Tananyag	Fejlesztési feladatok/Ajánlott tanulói tevékenységek
<b>Gondolkodási módszerek</b>		Az elvégzett tevékenység, a megfigyelt jelenség, valamint a szóban kifejezett gondolat közötti kapcsolat fejlesztése. Ítéliképesség fejlesztése: egy konstrukció megfelele-e az adott feltételeknek.
	Tulajdonságok megfigyelése, közös tulajdonság kiemelése, osztályozás.	Csoportosítások Tárgyak, személyek, jelek, jelenségek összehasonlítása, szétválogatása, osztályozása tulajdonságaik szerint. Elemek besorolása már megkezdett osztályozásba, az elemek közös tulajdonságainak megkeresése. Csoportok megadása tulajdonságaik alapján (pl.: játékok, használati eszközök, sporteszközök, sportágak stb.) Csoportok ábrázolása, képzése (pl.: sporteszközök kirakásával) választott és megadott szempont szerint is.
	Sorba rendezés.	Tárgyak, személyek, fogalmak, pl. a hét napjainak sorba rendezése. Változatos sorminták létrehozása.
	Állítások alkotása, értése, nyitott mondat.	Csoportokra vonatkozó állítások megfogalmazása, egy-két adott tulajdonsággal rendelkező csoportról igaz, hamis állítások eldöntése eszközök segítségével. Adott helyzetekről igaz, hamis állítás megfogalmazása. Anyanyelvi állítások készítése; igaz, hamis voltának eldöntése
	Kombinatorikus alkotások.	Kombinatorikus alkotások létrehozása. Kezdetben szabad konstruálás, majd feltételek szerint. Gyöngyökből, építőkészlet színes elemeiből, rajzolóval kombinátorikus alkotások létrehozása.

	Nyitott mondat fogalmának előkészítése. Nyitott mondatokba számok, számpárok behelyettesítése.	Játéksituációkban nyitott mondatok készítése. „repül a, repül a...” játék. A nyitott mondat jelölés bevezetése. (pl. bábszínház, számkártya felhasználása segítségével)
<b>Számtan, algebra</b>		
		A nagysági és mennyiségi viszonyok megítélésére irányuló igény fejlesztése. A számfogalom, ezen belül darabszám, mérőszám fogalmának fejlesztése. Szóbeli kifejezőképesség, szövegértő képesség fejlesztése.
	Természetes számok 0-tól 20-ig Számképzet, számfogalom alakítása. Számok valóságtartalma. Számok írása, olvasása, nagyságviszonya, egyenlősége, rendezése. Számok sokféle alakja. Számtulajdonságok, számkapcsolatok. A számegyenes modell bevezetése.	Tárgyak, személyek, dolgok összehasonlítása. Tárgyak hosszúságának, szélességének, tömegének összehasonlítása természetes eszközökkel, becslés. Számnevek sorolása növekvő és csökkenő sorrendben. A szám és műveletfogalom tapasztalati úton való alakítása a 20-as számkörben. Páros és páratlan számok kirakással, rajzzal. Számszomszédok, számok helyének megkeresése a számegyenesen. Páros és páratlan számok fogalma. A számok közötti összefüggések felismerése.
	Számolási készségek fejlesztése.	A gondolkodás fejlesztése a különbözőség és azonosság felismerésével. Számok tulajdonságainak megfogalmazása.
	Műveletfogalmak és számolási eljárások a 20-as számkörben.	Az összeadás és kivonás értelmezése rajzzal és szöveges feladattal Az összeadás tagjainak felcserélhetősége (eszközök segítségével). Háromtagú összeadások eszközökkel. Számok bontása két szám összegére, különbségére.

		Pótlások értelmezése eszközökkel. Műveletek megfogalmazása képekről és állítások igazságtartalmának megítélése. Többféle megoldás keresése.
	Lényegkiemelő és problémamegoldó képesség formálása szöveges feladatokkal.	Képek alapján szöveges feladatok alkotása. Szöveges feladat megjelenítése tárgyi tevékenységekkel, rajzzal. Szövegről szám feladat alkotása. Számfeladatról szöveg alkotása.
<b>Sorozatok, függvények</b>		
		Különféle kapcsolatok megismerése, megértése; ezek kommunikációsórán való tudatos használata. Kapcsolatok kifejezni tudása válogatással, egyszerű jelölésekkel, szabvány jelölésekkel.
	<p>Viszonyok, kapcsolatok értelmezése, kifejezése tevékenységekkel, szavakban, jelekkel.</p> <p>Számok, mennyiségek közötti elemi kapcsolatok megjelenítése és összefüggések megfogalmazása.</p> <p>Sorozatok folytatása, kiegészítése adott és felismert szabály szerint.</p>	<p>Változások felismerése, értelmezése tárgyi tevékenységek alapján, kifejezése számokkal.</p> <p>Változások megfigyelése, szabályok követése, ismétlődések értelmezése</p> <p>Kapcsolatban levő elemek (tárgyak, személyek, hangok, szavak, számok) összekeresése, párosítása egyszerű esetekben.</p> <p>Számok, mennyiségek közötti kapcsolatok jelölése nyíllal.</p> <p>Számok táblázatba rendezése.</p> <p>Szabályjátékok.</p> <p>Egyszerűbb összefüggések, szabályszerűségek felismerése, lejegyzése, műveletek megfordítása.</p> <p>Tárgyakból sorozatok képzése.</p> <p>Sorozatok képzése elemi mozgások segítségével.</p> <p>Számsorozat képzése, növekvő, csökkenő sorrendben.</p> <p>Váltakozóan növekvő és csökkenő sorozatok.</p> <p>Sorozatok képzése különböző hangképzésekkel.</p>

<p><b>Geometria, mérés</b></p>		<p>A térbeli tájékozódás képességének aktuális színtről való továbbfejlődése. (Iskola környékén, szűkebb lakóhelyen, osztályban, táblán, füzetben.) Saját fantázia szerinti térbeli alkotások készítésének képessége. A formalítás fejlődése.</p>
	<p>Alkotások térben, síkban Ismerkedés sokszögekkel: háromszög, négyszög, ötszög, hatszög stb.</p>	<p>Érzékszervi megfigyelések térben és síkban. Testek építése szabadon és modell alapján Testek alakzatok érzékelhető tulajdonságainak felismerése, azonosságai és különbözőségeik megfigyelése. Síkdomok előállításuk eszközökkel. Sík- és térbeli alakzatok szétválogatása tulajdonságaik alapján. Geometriai tulajdonságok felismerése, összehasonlítások. Méréssel kapcsolatos szókinccs fejlesztése.</p>
	<p>A tér- és síkbeli tájékozódó képesség alapozása Helymeghatározások, relációs szókinccs fejlesztése. Geometriai transzformációk.</p>	<p>Helymeghatározás, irányok, irányváltoztatások Tevékenységek zsebtükörrel.</p>
	<p>A becslés és mérés. Hosszúság, tömeg, űrtartalom mérése, Természetes mértékegységek használata (arasz, lépés) Mértékegységek: méter, kilogramm, liter Az idő mértékegységei: hét, nap, óra</p>	<p>A becslés és mérés képességének fejlesztése gyakorlati tapasztalatszerzés alapján. Összehasonlítások, összemérések a gyakorlatban. Mérési eljárások: kirakás szabvány mérőeszközökkel és természetes mértékegységekkel (arasz, lépés, stb.) Azonos mennyiségek mérése különböző mértékegységekkel Hogyan mérünk a különböző sportágakban hosszúságok, magasságot, időt, súlyt.</p>

<b>Valószínűség, statisztika</b>		Tevékenységekben való aktív részvétel képességének fejlesztése. Mások gondolatainak megértése, feljegyzett, ábrázolt adatok visszaolvasási képessége fejleszthető a témakör tárgyalása során végzett tevékenységekkel, játékokkal.
	Közös játékok, amelyekben a véletlennek is szerepe van. Grafikonépítés közösen.	Események, ismétlődések játékos tevékenységek során (dobókockás, pörgettyűs, pénzfeldobásos, kártyahúzásos játékok) „Biztos”, „lehetséges de nem biztos”, „lehetetlen” érzékelése találgatással, próbálgatással Adatok gyűjtése, ábrázolás tárgyi tevékenység formájában.

*Követelmények*

*Gondolkodási módszerek*

**Tud adott tulajdonságok alapján tárgyakat csoportosítani, sorba rendezni. Megadott szempont szerint csoportokból képes közös elemek kiválasztása. Kitar a szempont mellett.** Felismeri a válogatásokban együvé került dolgok közös tulajdonságát, ezt meg tudja nevezni.

**Tud ismert helyzetekre igaz állításokat fogalmazni. Egyszerű állítások igaz, hamis voltát meg tudja állapítani.**

**A kombinatorikus alkotása megfelel a feltételeknek.** Tud minél több ilyen alkotást létrehozni.

*Számtan, algebra*

**Tud számokat írni, olvasni a 20-as számkörben. Tudja a számos nagyság szerinti sorrendjét, meg tudja mutatni mit jelent, hogy az egyik szám nagyobb, mint a másik. Ismeri a számok kéttagú összeg és különbség alakjainak előállítását.** Felismeri a páros és páratlan számokat. Hozzáadást és elvételt elvégez tevékenységgel, megfogalmaz szóban. Összegeket és különbségeket megfogalmazása szóban és lejegyez írásban. Szóbeli számolási eljárásokat alkalmaz a 20-as számkörben. Egyszerű szöveges feladatokat értelmez és lejegyez számokkal és műveletekkel. Nyitott mondatokhoz megfogalmaz igaz, illetve hamis állításokat.

*Függvények, sorozatok*

**Tanult sorozatokat képez kirakással, rajzzal. Tud szavakkal megfogalmazott egyszerű szabályt követni tárgyak, halmazok, számok sorba rendezésében.**

Növekvő és csökkenő számsorozatok felismer és képez adott szabály alapján

**Összetartozó elempárokat keres egyszerű esetekben**

*Geometria*

Képes 4-10 elemből álló építményt, síkbeli kirakást lemásolni a mintával megegyező elemekből. **Tud másolni más elemek felhasználásával.** Tud térbeli és síkbeli alakzatokat

azonosítani és megkülönböztetni néhány megfigyelt geometriai tulajdonság alapján. Tud helyet meghatározni a tanult kifejezések alkalmazásával.

Használja a természetes mértékegységeket (arasz, lépés). A méter, kilogramm, liter egységeket használja szám- és egyszerű szöveges feladatokban. A hét, nap, óra időtartamokat helyesen alkalmazza.

*Valószínűség, statisztika*

Adatokat pontos lejegyez és rendszerez.

## 2. évfolyam

**Időkeret: 148 óra/ év; 4 óra/hét**

<b>Témakörök</b>	<b>Tananyag</b>	<b>Fejlesztési feladatok/Ajánlott tanulói tevékenységek</b>
<b>Gondolkodási módszerek</b>	Osztályozás, kétfelé válogatás. A logikai „nem”. Sorba rendezés egy és két szempont szerint, táblázatos elrendezés, fadiagram használata.	Az elvégzett tevékenység, a megfigyelt jelenség, valamint a szóban kifejezett gondolat közötti kapcsolat fejlesztése. Tárgyak, jelek, jelenségek tulajdonságainak osztályozása adott, választott vagy felismert szempont szerint. Elemek besorolása két egymással kapcsolatban lévő csoportba. Adott csoportok egymáshoz való viszonyának vizsgálata. Csoportok darabszámának összehasonlítása számlálással. Megfigyelések kifejezése rajzban, szóban, tárgyak kirakásával.
	Állítások értése, igazságértékének megítélése. Nyitott mondatok igazzá és hamissá tétele.	Számok, mennyiségek jellemzése állításokkal. Adott csoportra vonatkozó igaz és hamis állítások megfogalmazása. A nyitott mondatok igazságának eldöntése próbálgatással, rajzzal, kirakással. Nyitott mondat igazsághalmazának előállítás.
<b>Számtan, algebra</b>		A nagysági és mennyiségi viszonyok megítélésére irányuló igény fejlesztése. Valóságtartalmakhoz szorosan kapcsolódó számfogalom fejlesztése a 100-as számkörben. Szóbeli kifejezőképesség, szövegértő képesség fejlesztése.

	<p>Természetes számok a 100-as számkörben. Számképzet, számfogalom alakítása. Számok valóságtartalma. Számok írása, olvasása, nagyságviszonya, egyenlősége, rendezése. Számok sokféle alakja. Zárójel használat. Számtulajdonságok, számkapcsolatok.</p>	<p>Számolás tárgyi tevékenységgel (hármassával, négyesével, ötösével) Darabszám, mérőszám, sorszám A mennyiségi tulajdonságok, megfigyelések kifejezése rajzban, írásban. Számok írása, olvasása százig. Számok bontása tízesekre és egyesekre. Páros és páratlan számok. Sportolók csoportosítása (kettesével, négyesével, hármassával, hatosával vagy ötösével, tízesével).</p>
	<p>Műveletfogalmak (összeadás, kivonás, szorzás, bennfoglaló osztás, részekre osztás) építése. Számolási eljárások kidolgozása.</p>	<p>Összeadás, kivonás a százas számkörben. Eszközök ügyes használatának gyakorlása. Háromtagú összegek kiszámítása. Szóbeli számolási képesség fejlesztése. Eredmény becslése. Összeadás esetében a tagok felcserélhetősége, csoportosíthatósága, összefüggés a tagok növelése, csökkenése és az eredmény változása között. Az összeadás, kivonás kapcsolata. Szorzás, mint egyenlő tagok összeadása. A műveletfogalom építése kirakások segítségével. Szorzás, bennfoglaló osztás, részekre osztás a százas számkörben. Részekre osztás, bennfoglalás kirakással, tevékenységgel. A tevékenység lejegyzése számokkal, műveleti jelekkel. A szorzótáblák és a bennfoglaló táblák felépítése. Szorzás esetében a tényezők felcserélhetősége. Maradékos osztás kirakással és a maradék jelölése. Műveletek sorrendje. Összeg és különbség szorzása, a zárójel használata.</p>

	<p>Szöveges feladatok megoldása közvetlenül és műveletek, nyitott mondatok felhasználásával. A szöveges feladatok megoldási lépéseinek tudatosítása.</p>	<p>Egyszerű szöveges feladatok ábrázolása, megoldása. Egyenes és fordított szövegezésű feladatok megoldása. Képről szöveges feladat megfogalmazása. Nyitott mondatról, műveletről szöveg készítése. Sportolókról szóló szöveges feladatok végzése.</p>
<b>Sorozatok, függvények</b>		<p>Különböző kapcsolatok megismerése, megértése; ezek kommunikációsorán való tudatos használata. Kapcsolatok kifejezni tudása válogatással, egyszerű ismert fogalmak összekapcsolásával.</p>
	<p>Viszonyok, kapcsolatok a mindennapi életben és matematikai tartalmak között. Sorozatok és különbségsorozataik. Egyszerű tapasztalati függvények, számfüggvények. Összefüggések, szabályosságok keresése.</p>	<p>Tárgyak, személyek, összességek stb. közti kapcsolatok, ilyenek keresése (ugyanakkora, ugyanabból az anyagból készült, ugyanabban a sportágban használják stb.) A &lt;, &gt;, = jelek használata. Tárgy-, rajz- és jelsorozatok kiegészítése, folytatása Sorozatok készítése önállóan választott szempont alapján Összefüggések keresése az adatok között. Számpárok, számhármak közti kapcsolatok megállapítása. A szabályok, kapcsolatok szavakkal való kifejezése. Szabályok lejegyzése jelekkel Egyszerű tapasztalati függvények.</p>
<b>Geometria, mérés</b>		<p>A térbeli tájékozódás képességének aktuális szintről való továbbfejlődése (távolságok, irányok, állások megfigyelése tájékozódás során). Alkotásról való kommunikálás képességének fejlődése. A formalitás fejlődése. Ítéliképesség fejlődése. Alakváltozás mozgással való kapcsolatának figyelése. Szimmetriaviszonyok észrevétele. Mérések összehasonlításával való végzésében való fejlesztés.</p>

	Alkotások térben, síkban. Egyedi alakzatok jellemzése megismert geometriai tulajdonságok és relációk szerint.	Építések kockákból, téglatestekből, geometriai tulajdonságaik érzékelése. Építés különféle helyzetben, egyszerű tükörképek építése. Testek válogatása, osztályozása megadott szempontok szerint. Sporteszközök formáinak hasonlósága, különbözősége.
	Sík- és térbeli tájékozódás. Tulajdonságok megnevezése. A megfigyelések megfogalmazása. Helyes eszközhasználat. Kocka, téglatest tulajdonságainak megismerése. Geometriai transzformációk.	Égtájak. Tapasztalatgyűjtés egyszerű alakzatokról. Téglalap, négyzet, kocka, téglatest előállítás. Sokszögek néhány tulajdonsága. Síkídomok másolása, előállítása egy- két feltétel szerint: kirakás, befedés, másolás átlátszó papírral. Vonalzó, sablon használata. Egyszerű tükrözés megfigyelése. Tükörkép előállítása hajtogatással.
	Geometriai mennyiségek, mérés.	Hosszúság, tömeg, űrtartalom, idő mérése. Alkalmilag választott, természetes és szabvány mértékegységekkel (méter, deciméter, centiméter, kilogramm, liter, deciliter, óra, perc, nap, hét, hónap, év). Mennyiségek előrebecslése.
<b>Valószínűség, statisztika</b>		Tevékenységekben való aktív részvétel képességének fejlesztése. Mások gondolatainak megértése, együttműködési képesség fejlesztése. A „biztos” és „nem biztos, de lehetséges” fogalmak tartalmának fejlődése. Adatok gyűjtésének, rögzítésének és visszaolvasásának képessége.
	Valószínűségekkel kapcsolatos élmények, tapasztalatok: biztos, lehetetlen, nem biztos, de lehetséges. Adatok lejegyzése, rendezése, ábrázolása; visszaolvasás.	A „biztos, nem biztos, valószínű, lehetséges, lehetetlen” fogalmak alapozása játékkal, tevékenységgel, példák gyűjtésével. Adatok gyűjtése. Adatok ábrázolása, táblázat, grafikon, oszlopdiagram segítségével. Ezekből megállapítások visszaolvasása.

### *Követelmények*

#### *Gondolkodási módszerek*

**Tud adott tulajdonságok alapján tárgyakat csoportosítani, sorba rendezni. Megadott szempont szerint tud kétfelé válogatni. Kitarthat a szempont mellett. Jól ismert esetekben elismeri a válogatásokban együvé került dolgok közös tulajdonságát, ezt meg tudja nevezni. Helyesen használja a „nem” szót közös tulajdonság kifejezésére. Talál új szempontot a válogatásban, ezt szóban ki is fejezi.**

**Tud ismert helyzetekre igaz állításokat fogalmazni. Állítása a valóságról szól, nyelvileg helyes.**

**A kombinatorikus alkotása megfelel a feltételeknek. Tud a feltételeknek megfelelő különböző alkotásokat létrehozni. Tudja vizsgálni a létrehozott alkotások számát.**

#### *Számtan, algebra*

**Képes tárgyakat meg és kiszámlálni egyesével, kettesével, tízesével, ötösével a 100-as számkörben. Tudja a számokat írni, olvasni a 100-as számkörben másolással, diktálás után, saját gondolatai kifejezésekként. Tudja a számok nagyság szerinti sorrendjét, össze tud hasonlítani két számot nagysága szerint. Ismeri a számok egyes és tízes szomszédait; megtalálja számok helyét egyesével beosztott számegyenesen.**

**Ismeri a tanult számtulajdonságokat. A számok közötti kapcsolatokat felismer.**

**Érti az alpműveletek: összeadás, kivonás, szorzás, részekre osztás, bennfoglalás, maradékos osztás értelmezését. Azonosítani tudja egy számnak különféle alakjait (pl.:  $4-2 < 1 + 6 < 20/2 + 4 < 23$  stb.) Tudja a kisegyszeregyet. Ismeri a gyakorlatban, egyedi esetekben a tagok felcserélhetőségét.**

**El tudja szóban végezni a kijelölt műveletet.**

Látja a kapcsolatot a szorzás és a kétféle osztás között.

**Tud szöveges feladatot értelmezni, megoldani:**

- lejegyzés
- matematikai modell kijelölése
- **a modellben a megoldás megkeresése**
- **ellenőrzés**
- válasz megfogalmazása.

#### *Függvények, sorozatok*

**Tud adott szabályú sorozatot folytatni. Különbségsorozatot tud alkotni. Tud sorozat növekedést, csökkenést jellemezni a különbségsorozat segítségével.**

Összefüggések szabályait ki tudja fejezni további összetartozó párok keresésével, jelöléssel, szavakkal.

#### *Geometria*

**Tud adott feltételek szerinti építeni. Éleket, csúcsoakat, lapokat felismerni, és megszámlálni a kocka és a téglatest esetében.**

**Tud síkidomokat csoportosítani, válogatni tanult tulajdonságok szerint**

**Tud vonalzót, rajzsablont használni.**

Elképzelés alapján ki tudja rakni egyszerű térbeli, síkbeli alakzat tükörképét.

Biztonsága van a mozgásos tájékozódásban.

**Végre tudja hajtani a tanult méréseket.**

**Ismeri és használja a tanult szabványmértékegységeket.**

*Valószínűség, statisztika*

Különbséget tud tenni biztos, lehetetlen és véletlen események közt egyszerű megfigyelt, eljátszott szituációkban.

Tudja sorozatok, táblázatok, grafikonok adatait leolvasni.

### 3. évfolyam

**Időkeret: 148 óra/ év; 4 óra/hét**

<b>Témakörök</b>	<b>Tananyag</b>	<b>Fejlesztési feladatok/Ajánlott tanulói tevékenységek</b>
<b>Gondolkodási módszerek</b>	<p>Osztályozás. Elemek sorba rendezése. Állítás alkotása, értése. A „minden” és „van olyan” kifejezések jelentése. Nyitott mondatok: lezárások; nyitott mondat megoldása kis elemszámú alaphalmazon. Egyszerű sorba rendezésre és kiválasztásokra vezető kombinatorikai feladatok.</p>	<p>Az elvégzett tevékenység, a megfigyelt jelenség, valamint a szóban kifejezett gondolat közötti kapcsolat fejlesztése. Szóbeli kifejezések esetén egyes matematikai logikában használt kifejezések használatának fejlesztése. Tárgyak, személyek jele, jelenségek tulajdonság szerinti osztályozása egy és több szempont szerint. Meghatározott tulajdonságú elemek kiválogatása, besorolása. Állítások igazságának eldöntése, csoportok megadása tulajdonságaik alapján, adott csoportok egymáshoz való viszonyának vizsgálata. (A tulajdonságok számának növelésével az elemek száma csökken, példa: a jó versenyzők tulajdonságai.) Az elemek közös tulajdonságainak megkeresése, a logikai „nem”, „és” használata. Részhalmaz képzése kirakással. A halmaz kiegészítő halmazának képzése kirakással, rajzzal. Halmazokra vonatkozó állítások megfogalmazása konkrét halmazok esetén. Elemek közös tulajdonságának tagadással való megfogalmazása. Nyitott mondatok igazzá, tévessé tévése többféleképpen. A döntési képesség fejlesztése. Nyitott mondatok igazsághalmazának megkeresése kirakással, rajzzal számegegyesen.</p>

		<p>Elemek sorba rendezései: 3, 4 elem esetén az összes lehetséges sorrend megkeresése.</p> <p>Kiválasztások: 3-5 elemből az összes lehetséges pár, hármas kiválasztása egyszerre vagy egymás után (sportversenyen a helyezettek lehetséges sorrendje; sportversenyre csapatot választunk stb.).</p>
<b>Számtan, algebra</b>		<p>Valóságtartalmakhoz szorosan kapcsolódó, tovább bővíthető számfogalom fejlesztése az 1000-es számkörben. A matematika kulturális értékeivel való tudatos ismerkedés, számírás, számolvasás, tízes számrendszer gondolatkörében való fejlesztés. Szóbeli kifejezőképesség, szövegértő képesség fejlesztése.</p>
	<p>Természetes számok az 1000-es számkörben. Számok írása, olvasása, helye, közelítő helye a számegyenesen, számszomszédai. Alaki, helyi és valódi érték. Számok nagyság szerinti összehasonlítása. Számok tulajdonságai. Számok kapcsolatai: osztója, többszöröse. Számok összeg-, különbség-, szorzat, hányados- és összetett alakjai. Szóbeli számolás a 0-ra végződő háromjegyűek körében. Írásbeli összeadás és kivonás A negatív szám és a törtszám fogalmának előkészítése tárgyi tevékenységgel. Római számok leolvasása, írása: I, V, X.</p>	<p>Halmazok számosságának megadása a számkörben. Megszámlálás egyesével, ötösével, tízesével, százasaival.</p> <p>A tízes számrendszer ismerete a számkörben. Számok nagyságviszonyának megállapítása különféle alakban felírt számok (összeg-, különbség-, szorzat, hányados- és összetett alak) esetében is. „Mennyivel nagyobb? Mennyivel kisebb? Hányszor akkora? Hányada? Körülbelül hányszorosa?”</p> <p>Mérés az egység többszöröseivel. Mérőszalag, más skálázott mérőeszköz használata. Mérőeszközök a különféle sportágakban. Mérőszámok meghatározása. A mennyiség, egység, mérőszám közötti kapcsolat rendszeres megfigyelése. (Becsléssel, számlálással, méréssel, közelítő számlálással, közelítő méréssel.)</p> <p>Egységtört előállítása különféle modelleken (óra, csokoládé, téglalap, kör stb.). A fél, harmad, negyed, hatod, nyolcad, tized szavak értelmezése különféle</p>

		<p>mennyiségeken, idő, hosszúság, tömeg, űrtartalom, terület, szög). Jelölés: a nevező betűkkel, a számláló számmal, pl. 2 harmad, 3 negyed stb.) Negatív számok egyszerű, konkrét modelleken (hőmérő, adósság).</p>
	<p>Az alapl műveletek fogalmának mélyítése. Az alapl műveletek műveleti tulajdonságai. Műveletek közötti kapcsolatok: összeadás és kivonás, szorzás és a kétféle osztás kapcsolata.</p> <p>Összeg, különbség, szorzat, hányados becslés. A zárójel használata.</p> <p>Szöveges feladatok tervszerű megoldása. Matematikai modell használata szöveges feladatok megoldásához. Szakaszos ábrához, egyszerű és összetett számfeladathoz, nyitott mondathoz szöveges feladat alkotása.</p> <p>Matematikai modellhez szöveges feladat készítése.</p>	<p>Az összeadás és kivonás értelmezéseinek felújítása, mélyítése, Az alapl műveletek műveleti tulajdonságainak figyelése és felhasználása. Az összeg, különbség változásának megfigyelése a tagok változásától függően. Mikor, és hogyan növekszik, csökken az összeg, a különbség. Összeadás és kivonás 0-ra végződő háromjegyű számokkal. Számolási analógiák építése (műveletek kerek tízesekkel, pótlások a következő kerek tízesre, pótlás 100-ra). Összeg, különbség becslése a számok kerekítésével. Szóbeli és írásbeli számolási eljárások. Az írásbeli összeadás és kivonás alapozása. Az egyjegyű szorzóval való írásbeli szorzás. Nehezebb egyjegyűvel való szóbeli osztások eredményének becslése, a hányados javítása, közelítése visszaszorzással.</p> <p>Szöveges feladatról nyitott mondat készítése. Szakaszos ábrához, egyszerű és összetett számfeladathoz, nyitott mondathoz szöveges feladat alkotása. Matematikai modell (szorozat, táblázat, rajz, művelet, nyitott mondat, számegyenes) használata szöveges feladatok megoldásához. Szöveges feladatok értelmezése, adatok lejegyzése, megoldási tervet készítése, kivitelezése. A kapott eredmény ellenőrzése és a szövegbe való visszahelyettesítése. Ellenőrzés a szövegben is. Változatos szövegű gyakorlati problémák megoldása. Sportolókról, sportversenyekről szóló szöveges feladatok megoldása.</p>

<p><b>Sorozatok, függvények</b></p>		<p>Kapcsolatok megismerése, különféle (gyakorlati életben, más tantárgyakon, matematikai problémákon belül) problémákban. Ezek kommunikáció során való tudatos használata. Kapcsolatok kifejezni tudása válogatással, egyszerű ismert fogalmak összekapcsolásával, nyíl jelöléssel, nyitott mondattal.</p>
	<p>Adott szabályú sorozat folytatása. Sorozat szabályának felismerése, megfogalmazása. Tapasztalati adatok táblázatba való lejegyzése, rendezése. Kapcsolatok keresése táblázat elemei között. Grafikonok készítése.</p>	<p>Adott szabályú sorozat folytatása. Elemek közötti kapcsolat kifejezése szétválogatással, sorba rendezéssel, párokba rendezéssel, táblázat, grafikon készítésével.</p> <p>Tapasztalati adatok táblázatba való lejegyzése, rendezése Számsorozatban összefüggések megfigyelése; különbségsorozat, hányadossorozat készítése és megfigyelése. „Gépjátékok” Sorozat szabályának felismerése, szabályok formálásának kezdete, megfogalmazása. Egy-egy táblázathoz többféle szabály keresése. Összefüggések megfogalmazása a matematika nyelvén.</p>
<p><b>Geometria, mérés</b></p>		<p>A térbeli tájékozódás képességének aktuális szintről való továbbfejlődése. (Bejárt útvonalon, ismeretlen helyen szóbeli információ alapján.) A kreatív gondolkodás, a térlátás fejlesztése alakzatok különféle előállításával. Alkotásról való kommunikálás képességének fejlődése. A formalítás fejlődése. Ítéloképesség fejlődése. Mozgatások, transzformációk során történő alakváltozások tudatos előre jóslásában való fejlődés. Ilyen alkotások létrehozni tudása. Becslés, alkotó tevékenység, problémamegoldó gondolkodás fejlesztése. Mérési módszerek, szabvány mértékegységek szükségességének</p>

		való megértésében való fejlesztés. Kerület, terület fogalmának fejlesztése.
	<p>Alkotások térben, síkban szabadon és adott feltételek szerint. Testek másolása modellről. Testek szétválogatása egy, illetve két tulajdonság szerint. Alakzatok jellemzése megismert geometriai tulajdonságok és relációk szerint.</p> <p>A téglalap és négyzet tulajdonságai</p> <p>A nagyítás, kicsinyítés, tükrözések és eltolás egyszerű esetei.</p> <p>A geometriai szög fogalom előkészítése.</p> <p>A térbeli tájékozódásban az irány és a távolság szerepének megfigyelése.</p>	<p>Testek építése szabadon és adott feltételek szerint különféle építőeszközök (dobozok, lapok, szívószálak, gyurma stb.) segítségével.</p> <p>Testek szétválogatása egy, két tulajdonság (síklapok határolják, van benne bemélyedés stb.) alapján.</p> <p>Síkidomok előállítása (kirakással, papírhajtogatással, nyírással, másolással; vonalzó- és körzőhasználat).</p> <p>Síkbeli és térbeli mintákban egyszerű transzformációk megfigyelése. Tengelyesen tükrös alakzatok előállítása</p> <p>Tájékozódást segítő játékok.</p> <p>Elfordulás mozdulatokkal. Irányok, irányváltoztatások, alakzatok állásának, irányának megfigyelése mintákon belül (kézimunka minták, tapéták, grafikai alkotások vizsgálata).</p>
	<p>Mennyiségek összehasonlítása, összemérése. Mérés alkalmi és szabvány egységekkel.</p> <p>A pontosság mértékének kifejezése gyakorlati mérésekben.</p> <p>Egyes sportágakban eredmények mérésekor használatos mértékegységek.</p> <p>Kerületmérés kerítés hosszának megmérése segítségével.</p> <p>Területmérés az egységgel való lefedés utáni számlálással.</p>	<p>Mérések alkalmi és természetes egységekkel. Mértékegységek a mesékben, történetekben.</p> <p>Mérés szabványegységekkel: mm, cm, dm, m, km, hl, l, dl, cl, ml, t, kg, dkg, g, óra, perc, másodperc.</p> <p>Mérés az egységek többszöröseivel</p> <p>A versenyzők idejének mérése, távolságok mérése, súlycsoportok alakulása (időegységek töredékének megfigyelése, pl.: karlendítés, célfotó, stb.)</p> <p>Át- és beváltások gyakorlati mérések esetében.</p> <p>A mértékegységek használata és átváltása szöveges és számfeladatokban.</p> <p>A terület, szög fogalmának alapozása konkrét tevékenységgel, tapasztalatok gyűjtésével.</p> <p>Kerületmérés kerítés hosszának megmérése segítségével.</p> <p>Területmérés az egységgel való lefedés utáni számlálással.</p>

<p><b>Valószínűség, statisztika</b></p>		<p>Tevékenységekben való aktív részvétel képességének fejlesztése. Mások gondolatainak megértése, együttműködési képesség fejlesztése. A véletlen esemény fogalom tartalmának fejlődése. Adatok gyűjtésének, rögzítésének és visszaolvasásának képessége.</p>
	<p>Adatok megfigyelése, gyűjtése, rögzítése, rendezése, ábrázolása, elemzése. Két adat számtani közepének értelmezése. Lehetséges és lehetetlen esemény. A biztos és a véletlen esemény megkülönböztetése.</p>	<p>A matematika és a valóság kapcsolatának folyamatos figyelemmel kísérése. Az esélyt elősegítő adatok, tényezők gyűjtése sporteredmények megfigyelésével, adatok lejegyzésével. Annak mérlegelése sporttal kapcsolatos feladatokban, hogy egy adott pontszám elérésének esélye biztos, lehetséges vagy lehetetlen-e. A számtani közép fogalmának megközelítése szöveges feladatokkal.</p>

*Követelmények*

*Gondolkodási módszerek*

**Biztonságosan válogat elemeket kétfelé.** Tud több szempont szerint tárgyakat, személyeket, jeleket, jelenségeket csoportosítani. **Meg tud nevezni meghatározó tulajdonságok.** Adott szétválogatáshoz megtalálja a megfelelő címkéket. **Egyidejűleg tud válogatni két egymással meghatározó viszonyban lévő halmazba elemeket.** Meg tudja nevezni az egyes részekbe kerülő elemek közös, „meghatározó” tulajdonságát.

Érti a „minden” és „van olyan” kifejezések jelentését.

**Egyszerű nyitott mondatot igazzá, hamissá tud kiegészíteni. Tudja meghatározni a tanult típusú nyitott mondatok igazsághalmazát behelyettesítéssel.**

**A kombinatorikus alkotása megfelel a feltételeknek.** Felsorolja az összes lehetőséget. Tud rendszerbe illeszkedő megoldásokat készíteni.

*Számtan, algebra*

**Helyesen adja meg halmazok számosságát, mennyiségek mérőszámát, ezek viszonyát becsléssel, számlálással, méréssel, közelítő számlálással, közelítő méréssel.** Tudja írni, olvasni a számokat 1000-ig; ismeri gyakorlati módon a számjegyek alaki, helyi és valódi értékét, tudja ezeket az elnevezéseket. **Helyesen dönt kimondott számok nagyságviszonyáról.**

**Tudja az alpműveletek tanult eljárásait alkalmazni szóban és írásban. Tud szöveges feladatokat értelmezni, adatait lejegyezni, megoldási tervet készíteni. Tud szöveges feladatot megoldani közvetlenül az értelmezésre szolgáló tevékenységgel, ábrákkal. Tudja a számítások helyességét ellenőrizni és az eredményt értelmezni.**

Tud szakaszos ábrához, egyszerű és összetett számfeladathoz, nyitott mondathoz szöveges feladatot alkotni.

Elő tud állítani megnevezett egységtörtet különféle mennyiségekkel. Érti a negatív számok egyszerű, konkrét tartalmát.

*Sorozatok, függvények*

**Önállóan tud sorozatot folytatni. Összefüggések szabályait ki tudja fejezni további összetartozó párok keresésével, jelöléssel, szavakkal. Tud kapcsolatot keresni táblázat adatai között. A szavakkal megfogalmazott összefüggéshez talál megfelelő formulát.**

*Geometria, mérés*

**Tud adott építőelemekből: testekből, síklapokból építeni, mozaiklapokból formát, mintát kirakni szabadon. Tud testeket építeni modellről. Tudja a téglalap, négyzet tanult tulajdonságait. Adott feltételek esetén történő építéseknél az összes lehetséges esetet elő tudja állítani.**

Felismeri kész mintákban alakzat tükörképét, eltolt és elforgatott képét.

**Lakóhelyén, bejárt terepen jól tájékozódik. Tud mérni alkalmi és szabvány egységekkel.**

Tudja a gyakorlatban végrehajtott mérések alapján a mértékegység és mérőszám kapcsolatát.

**Tudja a tanult mértékegységek váltásait a gyakorlati mérésekhez kapcsolódva az egyenes arányosság és a csoportosítás felhasználásával.**

Megfelelő képzele alakul ki a tanult mértékegységekről: 1 cm, 1 dm, 1 m, 1 liter, 1 ml, a derékszög s ezek alapján tud mennyiségek nagyságáról becslést adni mérőszámmal is.

*Valószínűség, statisztika*

**Tud „biztos” és „nem biztos, de lehetséges” eseményeket megkülönböztetni konkrét esetekben.**

## 4. évfolyam

Időkeret: 148 óra/ év; 4 óra/hét

Témakörök	Tananyag	Fejlesztési feladatok/Ajánlott tanulói tevékenységek
<b>Gondolkodási módszerek</b>	<p>Elemek elhelyezése egy és két halmazt ábrázoló diagramon. Meghatározó tulajdonság. A logikai „és”, „nem” használata. A „megengedő vagy” értelmezése konkrét helyzetekben. Állítás alkotása, értése, igazságának megítélése. Nyitott mondat igazzá tévése, tévéssé tévése. Megoldása véges alaphalmazon.</p> <p>Kombinatorikus alkotások.</p>	<p>Az elvégzett tevékenység, a megfigyelt jelenség, valamint a szóban kifejezett gondolat közötti kapcsolat fejlesztése. Szóbeli kifejezések esetén egyes matematikai logikában használt kifejezések használatának fejlesztése. A rendszerlátás, rendszerképzés képességének fejlesztése. Halmazokra vonatkozó állítások: „minden”, „van olyan”, „nem mindegyik”, „nincs olyan” kifejezések használata konkrét halmazok esetén. A „legalább”, „legfeljebb” kifejezések értelmezése konkrét esetekben. Sportolókra vonatkozó tulajdonságok, adott sportághoz szükséges tulajdonságok, a jó versenyző tulajdonságainak gyűjtése. Nyitott mondat megoldása próbálkozással (a kétoldali közelítés módszerével is). Megoldása véges alaphalmazon. Adott feltétel szerinti kombinatorikus alkotások; az összes ilyen alkotás elkészítése. A megoldás ellenőrzése. Rendszerező, absztraháló képesség fejlesztése.</p>

<p><b>Számtan, algebra</b></p>		<p>Valóságtartalmakhoz szorosan kapcsolódó, tovább bővíthető számfogalom fejlesztése az 10 000-es számkörben. A számkörbővítés igényének fejlesztése. Gyakorlottság fejlesztése a számolási eljárások végzésében. A matematika és a mindennapi élet kapcsolatának észrevése.</p> <p>A matematikában alapvető gondolatok közül a műveleti tulajdonságok érvényességének kiterjesztése nagyobb számkörre, a törtekkel bővített számkörre. A negatív szám fogalmának elfogadása konkrét helyzetekben. Szóbeli kifejezőképesség, szövegértő képesség fejlesztése.</p>
	<p>Számfogalom a 10 000-es számkörben. Számok írása, olvasása. A számok különféle alakjai. A számok valóságtartalma. Darabszám és mérőszám. A helyiértékes írásmód. Számok nagyságrendi viszonyai. Számtulajdonságok. Római számok ismerete. A műveletfogalmak továbbépítése. Műveleti tulajdonságok érvényességének kiterjesztése a tízezres számkörre. A műveletek közötti kapcsolatok tudatosítása. Fejszámolási eljárások gyakorlása. Írásbeli szorzás egy- és kétjegyűvel. Írásbeli osztás egyjegyűvel. A zárójel használata. Műveleti sorrend. Kerekítés. Számok közelítő értéke. A törtszám fogalmának tapasztalati úton való előkészítése. Törtszám mérőszámként való értelmezése. A negatív szám fogalmának tapasztalati úton való előkészítése.</p>	<p>A mennyiség, egység, mérőszám közötti kapcsolat rendszeres megfigyelése. Számok írása, olvasása gyakorlati szituációkhoz kötötten is. A valóság és a matematika kapcsolatainak továbbépítése. A környezetünkben előforduló számok jelentései. Olyan számok keresése, amelyekkel nem végzünk műveletet (rajtszám, telefonszám stb.) Olyan számjelentések keresése, amelyekkel végezhetünk műveletet (darabszám, mérőszám, értékmérő stb.). Számok tulajdonságainak felismerése, megnevezése. Számok helyiértékes írásmódja. Összehasonlítás a római számírással. A tanult műveletek gyakorlása. A számolás végeredményének előre becslése. Négyjegyű számok összegének becslése százasa kerekítve. A gyakorlati élet különféle problémáinak megoldásakor használt becslésformák (Pl.: vásárláskor inkább felfelé kerekítünk, máskor a matematikai kerekítési szabályt használjuk stb.) Változatos példák a műveleti</p>

		<p>tulajdonságok alkalmazására konkrét számpéldák végzésekor. Ezek kapcsán a műveleti tulajdonságok tudatosítása.</p> <p>Közös osztók, közös többszörösök keresése konkrét számfeladatok kapcsán.</p>
	<p>Szöveges feladatok: matematikai modellek keresése, alkotása alkalmazása. Többféle megoldási lehetőség keresése.</p> <p>Az ellenőrzés többféle módja.</p>	<p>A szövegértés fejlesztése.</p> <p>Szöveges feladatok értelmezése, többféle megoldási mód keresése.</p> <p>Szöveges feladatok tevékenységhez, rajzhoz kapcsolódva.</p> <p>Sporttörténettel, sportversenyekkel kapcsolatos szöveges feladatok megoldása.</p> <p>Az adatok fontosságának mérlegelése a kérdéssel összevetve.</p> <p>Egyszerű számológép használata a számolás ellenőrzéséhez. Többféle megoldás keresése.</p>
<b>Sorozatok, függvények</b>		<p>Önállóan vagy kis segítséggel kapcsolatok feltárása különféle (gyakorlati életben, más tantárgyakon, matematikai problémákon belül) problémákban. Ezek kommunikáció során való tudatos használata. Egyszerű következtetések végzése.</p> <p>Kapcsolatok kifejezni tudása válogatással, egyszerű ismert fogalmak összekapcsolásával, nyíl jelöléssel, nyitott mondattal többféleképpen.</p>

	<p>Relációk elemek (tárgyak, személyek, mennyiségek, számok, alakzatok) között. Sorozatok, függvények, mint különféle problémák modelljei. Számsorozatok különféle szabályokkal. Növekedés, csökkenés, periodikus sorozatok. Különbségsorozat, hányadossorozat. Táblázatokban összefüggések keresése.</p>	<p>Elemek közötti kapcsolat kifejezése különféle módokon (szétválogatás, sorba rendezés, párokba rendezés, táblázatba rendezés, grafikonkészítés, összekapcsolás jelekkel). Tárgy és számsorozatok készítése adott szabály szerint. Táblázatok kiegészítése adott összefüggés szerint. Számsorozat lehetséges folytatásainak felismerése, szabályok megfogalmazása. Ehhez a különbségsorozat, hányadossorozat készítésének módszerét is felhasználjuk. A szabályok többféle módon való megfogalmazása (az egymást követő elemek közötti összefüggéssel, a sorszám függvényében). „Gépek”, „gépek megfordítása.” Függvénykapcsolatra vezető szöveges feladatok, problémák megoldása.</p>
<p><b>Geometria, mérés</b></p>		<p>A térbeli tájékozódás képességének aktuális szintről való továbbfejlődése. (Síkban, térben való tájékozódás). Alkotásról való kommunikálás képességének fejlődése. A formalítás fejlődése. Ítéliképesség fejlődése. Gyakorlottság szerzése irányok, helyzetek, méretek és formák megfigyelésében, jellemzésében. Becslés, alkotó tevékenység, problémamegoldó gondolkodás fejlesztése. Gyakorlottság fejlesztése mérések végzésében, az alkalmi és szabvány mértékegységek megválasztásában. Kerület, terület, űrtartam, szög fogalmak fejlesztése.</p>

	<p>Térbeli építések. Síkbeli alkotások. Testek lapjainak, élének, csúcsainak számlálása. Testek lapjainak vizsgálata alakjuk, méretük, kölcsönös helyzetük szerint. A téglatest, kocka, négyzet, téglalap vizsgálata, tulajdonságaik összegyűjtése, tudatosítása, megjegyzése. Az egybevágóság és a hasonlóság szemléletes fogalma. Másolások, nagyítások, kicsinyítések vonalhálók, pontrácsok felhasználásával. A hosszméretek nagyságának, az alak megmaradásának megfigyelése. Tájékozódást segítő játékok. Térkép, térképvázlat szerinti tájékozódás. Hosszúság mérése, becslése alkalmilag választott és szabványos egységekkel. Területek összehasonlítása, összemérése. Térfogatmérés egyszerű esetekben. A szög, mint irányváltás, mint elfordulás. Derékszög keresése síkidomokon.</p>	<p>Térbeli építések testekből, síklapokból, élvázépítőkből. Testek építése adott feltételek szerint testekből, lapokból Testháló kiterítése, tervezése, összeállítása: téglatest, kocka. Síkbeli alkotások (Papírhajtogatás, nyírás, kirakás). Adott feltételeknek megfelelő minél több alakzat létrehozása.  A hosszúság, űrtartalom, tömeg és idő mérése alkalmi és szabvány egységekkel. A mennyiségek szabvány mértékegységeinek használata szám- és szöveges feladatokban. A terület mérése lefedéssel, a terület kiszámítása a területegységek összeszámolásával. Téglalap területének mérése, számolás a kirakást felidéző módon. Rácsszög területének mérése a kiegészítés módszerével, átdarabolással. (Kirakás, kitöltés, űrtartalom segítségével,</p>
<p><b>Valószínűség, statisztika</b></p>		<p>Tevékenységekben való aktív részvétel képességének fejlesztése. Mások gondolatainak megértése, együttműködési képesség fejlesztése. A véletlen események valószínűségének összehasonlítása, a valószínűségek megbecslési képességének fejlesztése. Adatok gyűjtésének, rögzítésének és visszaolvasásának képessége.</p>
	<p>Adatok gyűjtése, rendezése, ábrázolása. Visszaolvasása táblázatból, grafikonról. Adatsokaságra jellemző adatok keresése. Néhány szám számtani közepe. Valószínűségi kísérletek, megfigyelések, gyakoriság.</p>	<p>Adatok gyűjtése, rendezése, ábrázolása grafikonokon. Táblázatok készítése, leolvasása. Néhány szám számtani közepének értelmezése. Az „átlag” szó használata. Valószínűségi kísérletek, megfigyelések. Olyan játékok, amelyekben a véletlennek is szerepe van. Véletlen események gyakoriságának</p>

		<p>megállapítása kísérletek kapcsán. A „biztos”, a „lehetséges” és a „lehetetlen” események fogalmának megértéséhez tapasztalatok gyűjtése.</p> <p>Sportversenyekkel, sportteljesítményekkel kapcsolatos átlagok számítása (pl. a műkorcsolyában szokásos módszer megismerése).</p>
--	--	---

*Követelmények*

*Gondolkodási módszerek*

**Tud adott tulajdonság alapján elemeket halmazba sorolni és halmazokból az elemeket jellemző közös tulajdonságot leolvasni.**

**Érti az „egyik sem”, a „nem mind” kifejezések jelentését. Meg tudja határozni halmazokra vonatkozó állítások logikai értékét. Tudja megállapítani ismert nyitott mondatok igazságalmazát.**

Képes gyűjtött vagy készített elemeket két szempont szerint rendezni.

Kombinatorikai alkotásokat rendszer szerint előállítani.

*Számtan, algebra*

**Helyesen írja- és olvassa a számokat a tízezres számkörben. Érti a számjegyek különféle értékeit (helyi-, alaki-, valódi érték) Össze tud hasonlítani két számot nagyság szerint. Sorba tud rendezni számokat növekvő és csökkenő sorrendben.**

**Meg tudja határozni egy szám tízes, százás, ezres számszomszédait.**

**Adott helyzethez, szöveges feladathoz hozzá tudja rendelni a megfelelő műveletet.**

**A tanult szóbeli és írásbeli műveleteket tudja értelmezni és megoldani. A becslést, ellenőrzést eszközként alkalmazza. Összeveti számolásának eredményét becslésével.**

**Véges alaphalmazon meg tudja adni tanult nyitott mondat összes megoldását.**

**A zárójelet jól alkalmazza.**

**Egyszerű szöveges feladatokat önállóan megold.**

Meg tudja jeleníteni a legegyszerűbb egységtörteket. Le tud olvasni tanult modelleken negatív számot. Elő tudja állítani egész számok különféle összeg-alakjait.

*Sorozatok, függvények*

**Képes sorozat folytatására, a sorozat szabályának felismerésére. A szabály megfogalmazására és lejegyzésére. Összetartozó elemeket táblázatba tud rendezni. Felismer összefüggést táblázat elemei között.**

*Geometria, mérés*

**Tud adott feltételeknek megfelelő geometriai alakzatokat építeni síkban, térben.**

**Geometriai tulajdonságokat felismer, alakzatokat kiválaszt a felismert tulajdonság alapján.**

**Eltolás és tükrözések segítségével tud transzformációkat végrehajtani ismert esetekben.**

**Tudja a gyakorlatban végrehajtott mérések alapján a mértékegység és mérőszám kapcsolatát. Tudja a tanult mértékegységek váltásait a gyakorlati mérésekhez kapcsolódva az egyenes arányosság és a csoportosítás felhasználásával.**

**Jól tájékozódik ismert helyen.** Ismeretlen helyen szavakkal adott információk szerint jól tájékozódik. Síkban, egyszerű térképen megtalál pontot két adat (két utca kereszteződése, térképen oszlop és sor jele stb.) segítségével.

**Helyesen használja a hosszúságmérés, az úrtartalommérés, a tömegmérés és az időmérés szabvány egységeit.** Téglalap kerületét és területét a hosszúságegységek és területegységek összeszámlálásával meg tudja adni.

*Valószínűség, statisztika*

**Tud adatot sorozatba, táblázatba rendezni. Táblázatból, grafikonról adatokat visszaolvasni.**

Példákat tud megfogalmazni a „biztos”, a „lehetséges” és a „lehetetlen” fogalmának használatával.

## 5-8. évfolyam

### Alapelvek, célok

Az általános iskolai matematikatanítás célja, hogy a tanulóknak fejlessze azokat a képességeket, melyek segítik a világ mennyiségi viszonyainak a megismerését. A matematikai fogalmak, összefüggések feltárása és a gondolkodásmód kialakítása kövesse az egyre emelkedő spirális szerkezetet, mely figyelembe tudja venni az életkori sajátosságokat, az egyéni fejlődés ütemét. Továbbra is fontos szerepet játszik a megtapasztalás, a játék. Hangsúlyozottan fontos a felső tagozat első két évfolyamán a megfelelően kialakított számfogalom, a bővített számkörben végzett műveletek begyakorlottsága, mely alapfeltétele a további eredményes munkának.

A tanítás tanulás folyamatában a tanulók ismerjék fel a problémát, tudják azt megfogalmazni és keressenek annak megfelelő modellt. Meg kell mutatni a matematika széleskörű használhatóságát, ezért a tanulók találkozzanak az élet különböző területeihez (tantárgyakhoz) kapcsolódó feladatokkal. A tanulók értsék meg, hogy a matematika segítséget nyújt a tudomány különböző területein és hasznos eszköz a hétköznapi életben. A megismerés folyamatában lehetőséget kell biztosítanunk annak megmutatására, hogy a matematika nemcsak hasznos eszköz, hanem a kulturális örökségünk része és esztétikai értékeket is hordoz.

Figyelembe véve, hogy a kerettanterv élsportoló tanulók számára készül a célok és a feladatok teljesíthetőségéhez a tananyagok megválasztásánál, azok tárgyalásmódjánál vegyük figyelembe a tanulók érdeklődését, pályaaorientációját. A differenciálás segítse az egyének igényeinek figyelembevételét és járuljon hozzá a célok megvalósulásához. Fontos, hogy a tanulók között kialakuljanak, erősödjenek az egymás segítségére, együtt működésre való képességek a matematikán belül is. A tanulók tantárgyi motivációját segítsük a sporthoz kapcsolódó feladatok alkalmazásával.

*A fejlesztés fontosabb területei:*

- tájékozódás térben és időben (különböző koordináták szerinti tájékozódás, térképek),
- tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban (azonos mennyiségek összehasonlítása, mértékegység, mérőszám),
- osztályozó, rendszerező képesség, halmazszemlélet fejlesztése,
- az absztraháló, konkretizáló képesség,
- adatok gyűjtésének, lejegyzésének, rendezésének képessége, a függvény szemlélet fejlesztése,
- matematikai modellek alkotása
- értő-elemző olvasás
- analógiák felismerése, használata
- algoritmikus gondolkodás követése, algoritmusok készítése, rendszerezés,
- az ismerethordozók használata (könyvek, számológépek, számítógépek, internet, interaktív eszközök),
- ismeretek alkalmazása problémamegoldásban, a gyakorlati életben, más tantárgyakban,
- a probléma felismerése, a problémához illeszkedő modell választása, diskusszió,
- alkotó képesség (fogalmak, jelölések, szimbólumok, számrendszerek, sorozatok, modellek alkotása), kreativitás.

## 5. évfolyam

### Alapelvek, célok

Az alsó tagozatban tanultak rendszerezése az első feladat. Ebben az évben kezdődik a matematika nyelvének tudatos használata, a fogalmak alapozása. A tanulás játékos feladatokon keresztül folyjon. A természetes számok halmazának bővítése, az alpműveletek begyakorlása a legfontosabb feladat. A geometriai ismereteiket a gyerekek a tapasztalatára építve bővítjük. A sport témájú feladatok a matematika nélkülözhetetlen szerepét hangsúlyozzák.

**Időkeret: 148 óra/ év; 4 óra/hét**

*Témakörönként javasolt óraszámok:*

<b>Témakör</b>	<b>Óraszám</b>
<b>Gondolkodási és megismerési módszerek</b>	Folyamatos
<b>Számтан, algebra</b>	65 óra
<b>Összefüggések, függvények, sorozatok</b>	15 óra
<b>Geometria, mérés</b>	35 óra
<b>Valószínűség és statisztika</b>	15 óra
<b>Témazáró dolgozatok írása, javítása</b>	10 óra
<b>Tanári döntésen alapuló felhasználás</b>	8 óra

Témakörök	Tananyag	Fejlesztési feladatok/Ajánlott tanulói tevékenységek
<b>Számтан, algebra</b>		
<b>Természetes számok</b>	<p>A természetes számok és ábrázolásuk. Az arab és a római számírás. A tízes és a kettes számrendszerek. Számok összehasonlítása, kerekítése. Természetes számok összeadása és kivonása. Az összeadás és a kivonás tulajdonságai. Természetes számok szorzása, maradékos osztása. A szorzás és az osztás tulajdonságai. Természetes kitevőjű hatványozás. Nagy számok leírása hatványok segítségével. Osztók és többszörösök. Oszthatóság. Oszthatósági vizsgálatok. Prímszám, összetett szám. Prímtényező felbontás, a számelmélet alaptétele. Közös osztó, legnagyobb közös osztó. Közös többszörös, legkisebb közös többszörös.</p>	<p>A számhalmaz kiterjesztése milliós és milliárdos helyiértékig, a statisztikai zsebkönyvben és az újságokban talált példák felhasználásával. A természetes számok ábrázolása számegyenesen. Fotók készítése a műemlékeken előforduló római számokról. A sporttal összefüggő számolási feladatok. A műveletek tulajdonságainak vizsgálata max. négyjegyű egész számoknál. A hatványozás egyszerű feladatokon. Kettő első tíz hatványa, három első négy hatványa, egyjegyű és kétjegyű számok négyzete és köbe. Szorzat eredményének előrebecslése. Az egy, kettő és három számjegyű számmal való osztás gyorsítása, gyakorlással. A maradékok vizsgálata. Az oszthatósági szabályok megfogalmazása a gyerekek nyelvén (páros, páratlan, 5-tel, 10-zel, 4-gyel, 25-tel, 100-zal, 8-cal, 125-tel, 1000-rel, való oszthatóság összefüggése a számban található számjegyekkel.) Osztások elvégzése után a számok osztóinak összegyűjtése, és a tapasztalatok összegzése. Egyszerű oszthatósági szöveges feladatok megoldása. Többszörösök, közös többszörösök keresése.</p>

<p><b>Egész számok</b></p>	<p>A kivonás kivezet a természetes számkörből. Az egész számok és helyük a számegyenesen. Ellentett, abszolútérték. Előjeles számok összeadása. Előjeles számok kivonása. Előjeles számok szorzása. Előjeles számok osztása. A műveleti tulajdonságok az egész számkörben. Előjeles számok természetes kitevőjű hatványozása.</p>	<p>A térképeken és időjárás-jelentésekben a negatív számok mit jelentenek. A számegyenesen a tanuló mondjanak igaz, hamis állításokat, ami az ellentett és abszolútérték megfogalmazásához vezessen el. Aranypénzek és adósságcédulák az összevonás gyakorlására, lépegetés a számegyenesen hozzásegít ahhoz, hogy a tanulók eszközök nélkül is megpróbálják az összevonásokat, és rájöjjenek, hogy pozitív szám hozzáadása ugyanaz, mint negatív szám kivonása.</p>
<p><b>Tört számok</b></p>	<p>A törtek és a részekre osztás. Törtek ábrázolása számegyenesen. Egészek a törtek között. Közönséges törtek és vegyes törtek. Törtek egyszerűsítése és bővítése. Azonos nevezőjű törtek, ill. azonos számlálójú törtek összehasonlítása. Törtek összehasonlítása. Azonos nevezőjű törtek összeadása, kivonása. Különböző nevezőjű törtek összeadása, kivonása. Negatív tört. Negatív tör összehasonlítása. Negatív törtek összeadása, kivonása. Közönséges tört szorzása egész számmal. Közönséges tört osztása egész számmal.</p>	<p>Alma, papírcsík... segítségével és olló használatával a törtszámok modelljeinek előállítás. A törtszám kétféle értelmezése és összehasonlítása. A színes rúd készlet segítségével szemléltetjük a törtek többféle alakját. Ezeknek a segédeszközöknek a felhasználásával tipikus hibalehetőségek bemutatása, a hiba keresése. Feladatlap a törtek összevonására. Az ellentett és abszolútérték kiterjesztése, a törtszámok számegyenesen való ábrázolása. A tanulók maguk gyűjtsenek példákat arra, hogy a mindennapi életben hol használjuk a törteket, a sportban hol vannak törtes kifejezések, mire utalnak. Pl.: Béla a harmadik negyedben volt a legeredményesebb. Egyszerű szöveges feladatok egész számmal való szorzásra, osztásra.</p>
<p><b>Összefüggések, függvények, sorozatok</b></p>		
	<p>A helyzetünk meghatározása a térképen, földgömbön. Helymeghatározás koordináta-rendszer segítségével. A Descartes-féle derékszögű koordináta-rendszer. Pontok ábrázolása.</p>	<p>A térkép és földgömb vonalainak értelmezése. A sík pontjainak helyét a koordináta rendszerben egyértelműen meghatározhatjuk. Pontok ábrázolása koordináták alapján. Előre megadott tulajdonság alapján a pontok sorbarendezeése. A pontok</p>

		ábrája olyan alakzathoz vezessen, ami a tanulók fantáziáját megmozgatja, utána ők találjanak ki egymásnak különböző ábrákat. A sportszimbólumok megjelölése a koordináta rendszerben
<b>Geometria, mérés</b>		
<b>Térgeometri a</b>	A világ, és amit látunk – Formák környezetünkből. Ismerkedés felületekkel. Konvex és konkáv testek. A kocka. A téglatest. A kocka és a téglatest testhálója.	Csukott szemmel előre eldugott tárgyak azonosítása. A tanulók mondjanak példákat arra, mi alapján csoportosíthatjuk a testeket. Alaki és mennyiségi tulajdonságok. Sportszerek csoportosítása a tanulók által meghatározott tulajdonságok alapján. Tárgyak, alakzatok összehasonlítása magasságuk, szélességük, hosszúságuk, tömegük, űrtartalmuk, térfogatuk alapján. Mennyiségek mérőszámának becslése. Kocka és téglatest készítése papírból, gyurmából és szívószálból. A testek, többek között a gömb, tulajdonságait összegyűjtjük. A testek tulajdonságaira vonatkozó igaz, hamis állításokat keresünk.
<b>Síkidomok és sokszögek</b>	Síkidomok csoportosítása. Sokszögek. A sokszög átlóinak száma. Térgörbék és síkgörbék. Az egyenes. Egyenesek kölcsönös helyzete. A pont, a félegyenes és a szakasz. Két alakzat távolsága. Szögek, szögfajták. A kör és részei. A szakaszfelező-merőleges. Egyenestől adott távolságra lévő pontok halmaza. A szögfelező.	Egy nagy csomagolópapírra minden tanuló rajzol valamit, ha mást nem tud, egy pontot, körző és vonalzó is használható. Sokszögek kirakása különböző hosszúságú hurkapálcákkal, átlók számlálása. Két hurkapálca a két egyenes, helyzetük és távolságuk megállapítása. Vonalzó és körző használata. Szakaszfelező merőleges szerkesztése. Merőleges szerkesztés az egyenes adott pontjában az egyenesre, egy külső pontból az egyeneshez. A síkban milyen helyzetű lehet két síkidom. Síkidomok távolsága. A kör fogalmának kialakítása.

<p><b>Mérések és mérték-egységek</b></p>	<p>Összemérés, alkalmi mérőeszközök használata. Konkrét mérések elvégzése. Mérési pontosság. Becslés, tényleges értékek, mértékegységek. A pénz mértéke. Külföldi pénznemek, váltópénzek. Szögek összehasonlítása. Szögek mérése szögmérővel. Szögek összege és különbsége. Hosszúság jellegű mennyiségek: hosszúság, magasság, távolság, bőség. A hosszúság mértékegységei. Síkido­mok kerülete.</p>	<p>Tanár irányításával olyan szavak kigyűjtése szövegekből, melyek régen használt mérőeszközök megnevezései. Az anyaggyűjtéshez könyvtár használata. Ezeknek a mérőeszközöknek a fejlődése, pl. az analitikai mérlegig. Otthoni gyűjtőmunka: néhány ország használatos pénze, váltópénze.  Szögmérő használata. Mérőszalag használata. Síkido­mok határvonalát fonállal követjük, majd megmérjük milyen hosszú, mekkora a sokszög kerülete.</p>
<p><b>Valószínűség, statisztika, kombinatorika</b></p>	<p>Valószínűségi játékok és kísérletek. Néhány elem sorba rendezése. Két szám számtani közepe. Oszlop- és kördiagramokat</p>	<p>Dobókockás társasjátékok, pörgettyűk. Adatok tervszerű gyűjtése az esélyek megfigyelése érdekében.</p>

*Követelmények*

*Gondolkodási módszerek*

Tudja a tankönyv szövegét értelmezni. Tudjon a tananyag egyes témaköreivel kapcsolatban igaz-hamis állításokat megfogalmazni. Használja a nyelv logikai elemeit - a „nem”, „és”, „vagy”, „minden”, „van olyan” kifejezéseket.

Kapcsolódjon be aktívan a matematikai játékokba. .

*Számtan, algebra*

Legyen képes leírni és kiolvasni a megadott egész számokat, megtalálni a helyüket a számegyenesen. Tudja képezni az ellentettjüket és az abszolút értéküket. Ismerje a számok alaki és helyi értékét. Egyszerű esetekben legyen képes hibátlanul elvégezni műveleteket, fejben is, ügyelve a műveleti sorrendre. Fejlődjön az ellenőrzési és a becslési igénye. Legyen képes háromjegyű számok osztóinak megállapítására.

*Függvények, sorozatok*

Ismerje a számok helyét a számegyenesen. Legyen képes a megadott pont koordinátáit leolvasni, illetve a megadott koordináták segítségével ábrázolni a pontot.

*Geometria*

Képes legyen különböző testek közül kiválasztani a téglatestet és a kockát, és szóban elmondani néhány tulajdonságát. Értse, és helyesen alkalmazza a párhuzamosság és a merőlegesség fogalmát. Egyszerű esetekben, bejelöléssel, határozza meg két pont­halmaz távolságát. Fogalmazzon meg egyszerű állításokat a háromszögről és a négyszögről. Értse meg, hogy a mérés mindig összehasonlítás, ismerje az alapvető mértékegységeket.

*Valószínűség, statisztika, kombinatorika*

Tudja olvasni az oszlop- és kördiagramokat, és pár adat esetén tudjon számtani közepet számolni.

A lejátszódott eseményeket képzeletükben élje át újra, és képzelje el folytatásukat, lehetséges befejezésüket. Konkrét példákat hozzon a biztos, a lehetséges és a lehetetlen esetek bemutatása. A valószínűségi játékok és kísérletek adatait tudja tervszerűen gyűjteni.

## 6. évfolyam

*Alapelvek, célok*

Alapvető célunk, hogy a tanulók a valós szituációkat matematikai modellekkel tudják összekapcsolni, és tovább fejlődjenek a matematikai szövegek, feladatok megértésében. Fontos, hogy a tanulók egyre pontosabban dolgozzanak, és kitartó munkával sikerélményhez jussanak. A bővülő számkörben végzett műveletek értése és begyakorlása alapfeltétele a további eredményes munkának.

**Időkeret: 148 óra/ év; 4 óra/hét**

*Témakörönként javasolt óraszámok:*

<b>Témakör</b>	<b>Óraszám</b>
<b>Gondolkodási és megismerési módszerek</b>	Folyamatos
<b>Számtan, algebra</b>	70 óra
<b>Összefüggések, függvények, sorozatok</b>	10 óra
<b>Geometria, mérés</b>	30 óra
<b>Valószínűség és statisztika</b>	10 óra
<b>Témazáró dolgozatok írása, javítása</b>	10 óra
<b>Tanári döntésen alapuló felhasználás</b>	18 óra

<b>Témakörök</b>	<b>Tananyag</b>	<b>Fejlesztési feladatok/Ajánlott tanuló tevékenységek</b>
<b>Számtan, algebra</b>		
<b>Racionális számok</b>	A közönséges törtek. Törtek összehasonlítása. Közönséges törtek összeadása, kivonása. Vegyesszámok összeadása, kivonása. Közönséges tört szorzása egész számmal. Egész szám szorzása közönséges törttel. Tört szorzása törttel. Közönséges tört természetes kitevőjű hatványozása. Közönséges tört osztása egész számmal. Osztás törttel.	Egységnyi mennyiségűnek választott objektum (szakasz, körlemez, alma, stb.) segítségével törtrészek előállítás. Törtek kétféle értelmezése. Eszközök segítségével törtek összevonása, majd matematika nyelvén való leírása. Rajzolással (szakaszon, téglalappal) szorzás egyjegyű egész számmal, majd osztás egy másik egyjegyű egészszel. Egész részből törtrész számítása, majd ennek értelmezése. Törtrészből egészrész kiszámítása. Olyan egyenletek megoldása, ahol

	<p>Tört osztása törttel. Tizedes törtek értelmezése. Tetszőleges közönséges tört tizedes tört alakja. Tizedes törtek összehasonlítása. Tizedes törtek kerekítése. Tizedes törtek összeadása, kivonása. Tizedes törtek szorzása, osztása 10-hatványokkal. Tizedes törtek szorzása egész számmal. Tizedes törtek szorzása tizedes törttel. Tizedes törtek természetes kitevőjű hatványozása. Tizedes törtek osztása egész számmal. Egész szám osztása tizedes törttel. Tizedes tört osztása tizedes törttel.</p>	<p>törtet, vagy egész számot szorzunk egy számmal, és eredményül egyet kapunk, a reciprokok fogalma. A nulla, mint különleges eset értelmezése. A tört kétféle értelmezése és a helyiérték (a nulla szerepe a helyiérték táblázatban). A fejben számolás elmélyíti az összefüggéseket. Az írásbeli számolások után számológéppel ellenőrizzük az eredményt, tanári ellenőrzésnél részeredményeket kérdezzük. Nagy számok leírása hatványok segítségével, majd a könyvtárban statisztikai könyvekből példák gyűjtése.</p>
<b>Százalékszámítás</b>	<p>A százalék fogalma. Százalékérték számítások. Százalékláb számítások. Az alap kiszámítása.</p>	<p>Iskolából hazafele és otthon jegyezzenek le a tanulók olyan mondatokat, ahol a százalék szó szerepel. A tanulók százalékkal kapcsolatos ismereteinek összegyűjtése, a rossz információk javítása, a százalékszámítás matematikai képleteinek ismertetése, összekapcsolása a törtrész számítással. A sportból hozott példák elemzése.</p>
<b>Egyenletek, egyenlőtlenségek</b>	<p>A nyitott mondatok fogalma. Egyenletek, egyenlőtlenségek. Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása próbálgatással. Egyenlőtlenségek megoldásának ábrázolása. Egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása következtetéssel, lebontogatással Mérlegelv. A mérlegelv alkalmazása.</p>	<p>Szöveges feladatoknál megoldási terv készítése, nyitott mondattal való felírása, majd ezen megoldások elemzése, megoldások számának megállapítása, ábrázolása számegyenesen. Rajzos (mérleg két serpenyője) feladatok matematika nyelvére való fordítása, leírása majd megoldása. A sportból vett példák szöveges feladattá alakítása, megoldása. Egyszerű, matematikai tartalommal is rendelkező szövegek megfogalmazása szóban és írásban.</p>

<b>Összefüggések, függvények, sorozatok</b>		
<b>Arányos változások.</b>	Az egyenes arányosság. A fordított arányosság. Kapcsolatok megadási módjai. Grafikonok elemzése. Számok közötti kapcsolatok.	Újságokból, tankönyvekből kigyűjtött grafikonok értelmezése. A tanulók fogalmazzák meg, mit értünk összetartozó értékpárokon. Grafikonok képének hasonlósága alapján azok csoportosítása. A tanulók maguk találjanak ki szöveges feladatokat egyenes és fordított arányossággal.
<b>Geometria, mérés</b>		
<b>Háromszögek és négyszögek</b>	Háromszögek csoportosítása tulajdonságaik szerint. Háromszög-egyenlőtlenség. A háromszög belső szögeinek az összege. A háromszög magasságvonalai és magasságpontja. Négyszögek csoportosítása. A négyszög belső szögeinek összege. A trapéz és a paralelogramma. A deltoid és a rombusz.	Újságpapír, olló, vonalzó segítségével sokféle háromszög kivágása, különböző szempontok szerint való csoportosítása. Belső szögösszeg megállapítása hajtogatással. Magasságvonal hajtogatás, sejtés megfogalmazása: 1. a magasságvonalak nem mindig a háromszög belsejében metszik egymást; 2. egy pontban metszik-e egymást. Ugyancsak négyszögek kivágása, majd csoportosítása.
<b>Az euklideszi szerkesztés</b>	A szakaszmásolás és a szögmásolás. Szakaszfelező-merőleges szerkesztése. Szögfelező szerkesztése. Merőleges-szerkesztések. Párhuzamos egyenesek szerkesztése. A szabályos háromszög és $60^\circ$ -os szög szerkesztése. Szabályos hatszög szerkesztése. Nevezetes szögek szerkesztése. Háromszög szerkesztése három oldalából. Háromszög szerkesztése két oldalból és a közbezárt szögből. Háromszög szerkesztése egy oldalból és a rajta fekvő két szögből. Téglalap és négyzet szerkesztése	Szerkesztések, körző és vonalzó segítségével. Szabad kézzel igényes vázlatok készítése megkönnyíti a pontos szerkesztést. A vázlat alapján a tanuló próbálja eldönteni, hogy a feladat megszerkeszthető-e, és hány megoldás van. Az indoklást pontosan jegyezze le!

	oldalaiból. Négyzet szerkesztése átlójából, téglalap szerkesztése egy oldalából és átlójából.	
<b>A geometriai transzformáció</b>	A tükörszimmetria. A forgásszimmetria. Az eltolásszimmetria. Vegetes feladatok a szimmetriákra. Az egybevágóság. A tengelyes tükrözés. Háromszögek és négyszögek szimmetriái.	A tanulók, újságpapír, olló és vonalzó segítségével, saját fantáziájuk szerint, egybevágó alakzatokat alkossanak, majd a pad síkján a megadott módon mozgassák azokat. Spárga, gombostű és szívószál segítségével modellezzük a transzformációkat. Sokszögek szimmetriájának megállapítása hajtogatással.
<b>Mérések és mértékegységek</b>	Területmérések parkettázással. Mértékszám-területegység. A terület mértékegységei. A négyzet és a téglalap területe.. Területszámítások. A felszín fogalma. A kocka és a téglatest felszíne. A térfogat és az űrtartalom mérése. Mértékszám-térfogategység. A kocka térfogat. A téglatest térfogata.	Egységnek választott sokszöggel parkettázás. Testek hálójának elkészítése, majd a testek összeragasztása. Kockacukorral különböző előre megadott testek kirakása.
<b>Valószínűség, statisztika. kombinatorika</b>		
	Konkrét dolgok adott szempont szerinti rendezése, rendszerezése. Néhány elem kiválasztása különféle módszerekkel. Egyenlő esélyű események Különböző lehetőségek számbavétele. Rajzos szemléltetés a különféle esetek megszámlálásához. „Lehetőségeink fája” (fagráf). Bonyolultabb eseményfa. Kísérleti adatok lejegyzése, gyakoriság. Gyakoriságtáblázatok.	Kísérletek végzése dobókocka, pénzérme, kártya és számkártya segítségével. A kísérletek elvégzése után a tanulók az eredményeket összevetik „jóslásaikkal”..

### *Követelmények*

#### *Gondolkodási módszerek*

Tudja a nyelv logikai elemeit helyesen használni. A különböző módszerekkel szerzett információkat megadott szempontok alapján értelmezze és rendszerezze. Feladatok kapcsán vizsgálja a peremfeltételeket. A problémamegoldó képesség, az értelmes együttműködés, a

lényegkiemelés, a szabálykövető magatartás életkornak megfelelő fejlettsége. Ismert tartalmú utasítást, kérdést, közlést értsen meg. Új helyzetben adott utasítást példa segítségével értsen.

#### *Számtan, algebra*

A racionális számok megértése, felismerése, és összekapcsolása a számegyenes pontjaival. Legyen képes a racionális számokat többféleképpen leírni. A számok reciprokanak megértése, felismerése, önálló alkalmazása egyszerű feladatokban. Néhány műveletes feladatokban a műveleti sorrend felismerése és helyes alkalmazása. Tudjon megoldani gyakorlati számolási feladatokat más tudományok, valamint a mindennapi élet és a sport területéről. Ismerje fel az egyenes és a fordított arányossággal megoldható feladatokat. Rövid, szöveges feladatokat értsen meg, és legyen képes matematikailag modellezni azokat. Fejlődjön az ellenőrzési igénye.

#### *Függvények, sorozatok*

Tudjon megjelentetni egyszerű egyenes arányosságot koordináta rendszerben. Adjon példákat konkrét sorozatokra. Tudjon ábrázolni sportból vett példákat a derékszögű koordináta rendszerben. Biztosan tudjon tájékozódni a koordináta rendszerben.

#### *Geometria*

Vágás segítségével tudjon előállítani sík és térbeli alakzatokat. Modelljeiben, a természetben és a sportban keressen szimmetriákat, és ismerje is fel azokat. A síkbeli sokszögeket legyen képes szerkesztéssel tükrözni. Legyen képes hibátlanul elvégezni az euklideszi alapszerkesztéseket, háromszögek, négyzet és téglalap esetében. Ki kell, hogy tudja számítani a sokszögek területét.

Ismerje a térfogat, űrtartalom, idő, tömeg mértékegységeit, és legyen képes átváltani azokat.

#### *Valószínűség, statisztika, kombinatorika*

Az átlag lényegének megértése. Egyik szám ismeretében következtessen a másikra, ha ismeri az átlagukat. Legyen képes a kísérleti adatok rendezett rögzítésére. Helyezze el az adatokat egyszerű halmazdiagramban.

## 7. évfolyam

### Alapelvek, célok

A természettudományok műveléséhez szükséges matematikai ismeretekkel rendelkezzenek a tanulók. Különös hangsúlyt kell helyezni a matematikai ismeretek gyakorlati hasznára. A matematikával való foglalkozás fejlessze az önálló ismeretszerzést, alakítsa ki az önálló gondolkodás igényét, és ismertesse meg a problémamegoldás örömét.

**Időkeret: 111 óra/ év; 3 óra/hét**

*Témakörönként javasolt óraszámok:*

Témakör	Óraszám
<b>Gondolkodási és megismerési módszerek</b>	Folyamatos
<b>Számтан, algebra</b>	35 óra
<b>Összefüggések, függvények, sorozatok</b>	10 óra
<b>Geometria, mérés</b>	35 óra
<b>Valószínűség és statisztika</b>	5 óra
<b>Témazáró dolgozatok írása, javítása</b>	10 óra
<b>Tanári döntésen alapuló felhasználás</b>	16 óra

Témakörök	Tananyag	Fejlesztési feladatok/Ajánlott tanuló tevékenységek
<b>Számтан, algebra</b>		
<b>Egészszámok</b>	Hatványozás. Oszthatósági szabályok. Legnagyobb közös osztó. Legkisebb közös többszörös.	3-mal és 9-cel kibővített szabályok alkalmazása. Az osztók számának megállapítása, törtek közötti műveletekben való alkalmazása.
<b>Racionális számok</b>	Szorzás és osztás törtekkel. Tizedestörtek becslése. Normálalak.	Feladatlap megoldása, majd ellenőrzése után a problémás eseteket megvitatják, érvekkel alátámasztják a tanulók.
<b>Egyenletek, egyenlőtlenségek</b>	Algebrai kifejezések értelmezése, összevonása és szorzása. Az egyenlet fogalma. Speciális egyenletek. A mérlegelv. Egyenletek grafikus megoldása.	Az együttható fogalmának bevezetése. Két algebrai kifejezés azonosságának megállapítása. Feladatlapok megoldása az alpműveletek további begyakorlását is szolgálja.
<b>Összefüggések, függvények, sorozatok</b>		
<b>Függvények</b>	A függvény fogalma. Grafikonok értelmezése. Függvények megadása. Arányosságok – Párhuzamosan és ellentétesen változó mennyiségek.	Egyénileg keresett grafikonok értelmezése. Lineáris függvények a hurkapálcák, azok elhelyezése a koordináta rendszerben, majd

	A lineáris függvény – Az egyenesek. Különböző meredekségű egyenesek.	kérdések megfogalmazása a látottakról, a válaszok közös megbeszélése után az összefüggések leírása.
<b>Sorozatok</b>	Számtani sorozat.	Néhány elem ismeretében-sorozatok folytatása a kitalált szabály szerint, hiányzó elemeinek pótlása. A számtani sorozat definiálása után a példákból azok kikeresése. A sorozat n.-ik elemének, és összegének képletbe foglalása, majd szöveges feladatok megoldása.
<b>Geometria, mérés</b>		
<b>További geometriai transzformációk</b>	Szimmetriák a természetben (és máshol). Egybevágóság. Középpontos tükrözés. Elforgatás. Vektorok. Műveletek vektorokkal. Az eltolás.	Körző, vonalzó segítségével az egybevágósági transzformációk végrehajtása, megszerkesztése. Szerkesztéssel megoldható differenciált szöveges feladatok megoldása.
<b>Háromszögek és négyszögek</b>	Szögpárok. Háromszögek, Háromszögek külső szögei. Háromszögek szerkesztése A négyszögek. A sokszögek. A szabályos sokszögek és szögei.	A megadott szögpár definíciók alapján a tanulók értelmezik az új ismereteket, majd egyénileg feladatlapon számot adnak a tanultakról. (Párhuzamos szárú szögek, merőleges szárú szögek, kiegészítő szögek és pótszögek fogalmának alkalmazása egyszerű feladatokban.) Körző és vonalzó segítségével a háromszög szerkesztésére visszavezetve, sokszögek szerkesztése, előtte vázlatkészítés.
<b>Mérések és mértékegységek</b>	Területmérés – a paralelogramma területe. A háromszög területe. A trapéz területe. A deltoid területe. A sokszögek területe.	Rajz segítségével átdarabolni a négyszögeket azonos területű téglalappá. A háromszög területének számítását is visszavezetjük a téglalap területének számítására rajz segítségével, a tapasztaltak képletbe foglalása.

<b>Valószínűség, statisztika, kombinatorika</b>		
	Változatos kombinatorikai feladatok megoldása különféle módszerekkel. Az adatgyűjtés. Az adatok számbavétele. Az adatok középértéke. Az adatok ábrázolása, diagramok.	Statisztikai zsebkönyv, újságok, egyéb tankönyvek adatait használjuk.

### *Követelmények*

#### *Gondolkodási módszerek*

A nyelvi logika elemeinek tudatos használata a tananyaghoz kapcsolódó szövegek értelmezésében. Számhalmazok, geometriai alakzatok, sportcikk tulajdonságainak vizsgálata, adott, vagy választott szempontú csoportosítása. Szöveghez modell, modellhez szöveg keresése egyszerű esetekben. Különböző események rendezett felsorolása és kimeneteli lehetőségeinek számbavétele.

#### *Számtan, algebra*

Egyszerű esetekben az alpműveletekből összeállított feladatok önálló, hibátlan kiszámítása. A hatvány fogalmának megértése, és a számok normál alakjának kiszámítása. A mindennapi életből vett szöveges feladatok matematikai modellezése és megoldása. Különböző megoldási módok keresése, egyszerű algoritmusok alkalmazása. Arány, aránypár, arányos osztás értése, egyszerű százalékszámítási feladatok megoldása. A tanult oszthatósági szabályoknak értő ismerete, alkalmazásuk egyszerűbb esetekben. Tud legnagyobb közös osztót, legkisebb közös többszörös számítani. Elsőfokú egyenletek megoldása a tanuló által választott módszerrel. Az ellenőrzési igény további fejlesztése.

#### *Függvények, sorozatok*

Tud táblázatokat és grafikonokat készíteni konkrét, változatos hozzárendelések esetén. A mindennapok gyakorlatából vett feladatok kapcsán, ismerje fel, amelyek lineáris összefüggéseket tartalmaznak, és ábrázolja őket.

A számokból álló sorozatokat vizsgálja, és szabályokat fogalmazzon meg.

#### *Geometria*

Legyen jártas a mértékváltások helyes elvégzésében. Tudja a háromszögek és a négyszögek területét kiszámítani konkrét esetekben. Ezeknek a síkidomoknak a területét képlet használatával, vagy átdarabolással legyen képes kiszámítani. Minden esetben készítsen megoldási tervet. Tudja a tanult szögpárokat bejelölni különböző ábrákon.

Középpontosan szimmetrikus alakzatokat ismerjen fel a természetben, művészeti alkotásokban. Használja ki az egybevágósági transzformációk tulajdonságait a szerkesztésben. Tud egyszerű esetekben háromszöget szerkeszteni. A háromszögek és négyszögek külső és belső szögeire vonatkozó összefüggéseket ismeri, egy hiányzó szöveget különböző adatok ismeretében képes kiszámolni. Konkrét esetekben a hasábok felszínét és térfogatát tudja meghatározni.

#### *Valószínűség, statisztika, kombinatorika*

Konkrét adatok gyűjtése után, tudja azokat rendszerezni, lejegyezni, grafikonokat készíteni. Különbőséget tud tenni a jó és összes eset között. Legyen képes egyszerű esetekben

statisztikai adatokat gyűjteni, elemezni, értelmezni, események gyakoriságát számítani. Egyszerű grafikonokat olvasni. Tud legfeljebb 4 elem esetén sorbarendezési, kiválasztási feladatot megoldani.

## 8. évfolyam

### Alapelvek, célok

Alapelv, hogy a megoldandó feladatok bonyolultságát fokozatosan növelve vezessük rá a tanulókat a következtetésekre épülő problémamegoldásra, az egyszerű algoritmusok kialakítására. Ennek útja a felfedeztetés, a probléma felvetésétől a megoldásig vezető, néha tévedésektől sem mentes útnak az egyre önállóbb bejárása.

**Időkeret: 111 óra/ év; 3 óra/hét**

*Témakörönként javasolt óraszámok:*

Témakör	Óraszám
Gondolkodási és megismerési módszerek	Folyamatos
Számтан, algebra	35 óra
Összefüggések, függvények, sorozatok	20 óra
Geometria, mérés	25 óra
Valószínűség és statisztika	10 óra
Témazáró dolgozatok írása, javítása	10 óra
Tanári döntésen alapuló felhasználás	11 óra

Témakörök	Tananyag	Fejlesztési feladatok/Ajánlott tanulói tevékenységek
Számтан, algebra		
Valós számok	<p>Számológép kezelése.</p> <p>Műveletek a racionális számok halmazán – műveletek sorrendje.</p> <p>Racionális szám fogalma (véges, szakaszos végtelen tizedestörtek)</p> <p>Példák nem racionális számokra (tizedestört alak alapján).</p> <p>Oszthatóság.</p> <p>Számelméleti témán a halmazműveletek példái (részhalmaz, kiegészítő halmaz, unió, metszet).</p> <p>A hatványozás szabályai, hatványazonosságok.</p> <p>Számolás normálalakban adott számokkal.</p> <p>Négyzetgyökvonás.</p> <p>Szöveges feladatok, szöveges problémák megoldása.</p>	<p>Számológép nyomógombjainak kipróbálása egy feladatlap segítségével.</p> <p>Többműveletes feladatban a végeredmény ismeretében a feladatot addig kell ismételni, míg a jó eredmény ki nem jön.</p> <p>Osztók, többszörösök diagramokon való ábrázolása, tulajdonságok leolvasása.</p> <p>A hatványazonosságok beláttatása egy feladat megoldása közben, majd egyszerű szabályok leírása képlettel.</p> <p>Szöveges feladatok megoldása, az adatok szerepének elemzése, a megoldásnak a szövegben való ellenőrzése.</p>

<b>Egyenletek, egyenlőtlenségek</b>	Néhány további egyenlet. Egyenletek grafikus megoldása. Egyenlőtlenségek.	Különböző nehézségű egyenletek megoldása.
<b>Összefüggések, függvények, sorozatok</b>		
<b>Sorozatok</b>	Mértani sorozat	Bankok információs anyagának összegyűjtése után a gyerekek kiszámítják, hogy egy megadott összegű betét elhelyezésénél, pl. 25 év után, hol járnak a legjobban, hol érdemes hitelt felvenni, érdemes-e egyáltalán?
<b>Függvények</b>	Szakaszonként lineáris függvény. Abszolútérték-függvény. A másodfokú függvény. A reciproképítés függvénye. A négyzetgyökfüggvény.	A függvényt megadási módok, elemzések, ábrázolások feladatlapokon.

<b>Geometria, mérés</b>		
<b>A mértani hely</b>	A háromszögek nevezetes vonalai. A négyszögek nevezetes vonalai. Egy alapvető összefüggés a derékszögű háromszögben: a Pitagorasz-tétel.	Változatos geometriai problémák megoldása. „Pitagorasz helye a matematika történetében” című kiselőadás. Könyvtár használata. A kiselőadásból kimaradt ismeretekre kérdések megfogalmazása.
<b>A kör</b>	A kör kerülete. A kör területe.	A csillagászatból vett adatok a számok normál alakjának begyakorlását is szolgálja.
<b>A testek</b>	Testek kölcsönös helyzete, illeszkedés. Testek hálója. Hasábok, henger, gúla, kúp hálója. Gömb és a szabályos testek hálója. A hasáb felszíne és térfogata. A henger felszíne. A henger térfogata. A gúla felszíne. Egyszerű számításos feladatok.	Kartonlapból megadott testek készítése, csoportosítása. A körülöttünk lévő világ alakzatainak vizsgálata, feladatok megfogalmazása. A sportban használt szabályos testek keresése. Egyszerű számításos feladatok megoldása.
<b>További geometriai transzformációk</b>	A hasonlóság. A középpontos hasonlóság.	A fotózás története, a festészetben megjelenő hasonlóság és a geometriai hasonlóság. Szerkesztési feladatok.
<b>Valószínűség, statisztika, kombinatorika</b>		
	Egyszerű kombinatorikai feladatok megoldása változatos módszerekkel (fadiagram, táblázatok). A valószínűségi játékok. eladatok megoldása. Valószínűségek előzetes becslése. Adathalmaz jellemzése (módusz, medián), ábrázolása. Grafikonok elemzése.	Mi a valószínűbb? Kísérletezzünk a véletlennel! Kísérletek eljátszása. Dobás két érmevel, húzás urnából, dobás két dobókockával, játékok és fogadások. A sportból hozott példák elemzése. Statisztikák készítése, elemzése. A tanulókat érdeklő példák elemzése (lottó, totó, lóverseny, nyerő-automaták).

### *Követelmények*

#### *Gondolkodási módszerek*

Kiselőadások tartása során, házi dolgozatok készítésekor önálló munkára való képességről ad számot fejlesztése Munkája során a könyvtárat és egyéb informatikai eszközöket önállóan használja.

Gondolatát világosan és érthetően közli szóban és írásban. Egyszerű állítások igazságát el tudja dönteni. Tanult halmazműveleteket felismer két egyszerű konkrét halmaz esetén. Szöveget tud elemezni, értelmezni egyszerű esetekben.

#### *Számtan, algebra*

A tanuló legyen képes számológépén többműveletes (zárójeles kifejezéseket és hatványozást is tartalmazó) feladatokat megoldani. Irracionális számokat is tudjon a megfelelő számhalmazba elhelyezni. Betűszimbólumokat használjon, ezeket legyen képes átalakítani a megoldások egyszerűsítése érdekében. Változatos szöveges feladatokat tudjon egyenlettel megoldani. Ezen feladatok megoldását előre becsülje meg, a megoldást ellenőrizze.

#### *Függvények, sorozatok*

Tudja ábrázolni az  $x \mapsto ax+b$ ,  $x \mapsto x^2$  és  $x \mapsto |x|$  függvényeket derékszögű koordinátarendszerben. Tudja függvényeket kiválasztani különböző kapcsolatok közül. Használja az egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldási módszerét különböző matematikai és gyakorlati feladatokban. Tud két-három tag ismeretében többféleképpen folytatni sorozatokat. Számítási és mértani sorozatok elemeit képes egyszerűbb esetekben meghatározni.

#### *Geometria*

Tudja a kör területét és kerületét meghatározni konkrét adatok esetén. Számolja a háromszögek és a négyszögek területét. Tudja kiszámítani a forgáshenger felszínét és térfogatát. Ismerje fel a Pitagorasz-tétel alkalmazhatóságát egyszerű feladatokban. Ismerje fel a kicsinyítés és nagyítás szerepét hétköznapi szituációkban.

#### *Valószínűség, statisztika, kombinatorika*

Ismerje, és különböztesse meg a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Tudja kiszámítani kisszámú adathalmazban a leggyakoribb és a középső adatot. Legyen tudatában nyerési esélyeinek a nyereményjátékok világában.

4-5 elem esetén tud sorba rendezni, tudja a kiválasztásokat előállítani, az összes lehetséges esetet felsorolni.

## 9-12. évfolyam

### Alapelvek, célok

A középiskolai matematikatanítás célja, hogy a tanulóknak tovább fejlessze azokat a képességeket, melyek az általános iskolában elkezdődtek. A matematikai gondolkodás területeinek a fejlesztése elősegíti a részterületekhez tartozó kompetenciák kialakulását, melyek emelik a gondolkodás általános kultúráját, a személyiség fejlődését. Megmutatjuk a matematika különböző részterületeinek kiépülését, a részterületek szoros kapcsolatát, mely segíti a matematikai gondolkodás fejlődését. A fenti célokhoz azok a folyamatok vezetnek el, melyek során a matematika belső struktúráját (alapfogalom, axióma, definíció, tétel, bizonyítás) kiépítjük, figyelembe véve az életkori és egyéni fejlődési sajátosságokat, a fejlődő absztrakciós képességeknek megfelelően.

A matematikai nevelés szerepe, hogy a matematikát bemutassa, mint kulturális örökségünk részét, adjon teret az olyan alkotótevékenységeknek, melyek az esztétikum megjelenítői. Mutassa meg, hogy a matematika más tudományok (természettudományok, társadalomtudományok), konkrét tantárgyak segítőtje, a hétköznapi életben alkalmazható eszköz. Fontos, hogy segítse a pontos, kitartó munkára, figyelemkoncentrációra nevelést. Alakítsa ki a tanulóknak az önellenőrzés igényét, tudják becsülni az eredmény várható értékét és ennek alapján legyen képes döntések meghozatalára.

Figyelembe véve, hogy a kerettanterv élsportoló tanulók számára készül a célok és a feladatok teljesíthetőségéhez a tananyagok megválasztásánál, azok tárgyalásmódjánál vegyük figyelembe a tanulók érdeklődését, pályaorientációját. A differenciálás segítse az egyének igényeinek figyelembevételét és járuljon hozzá a célok megvalósulásához. Fontos, hogy a tanulók között kialakuljanak, erősödjenek az egymás segítségére, együtt működésre való képességek a matematikán belül is. A tanulók tantárgyi motivációját segítsük a sporthoz kapcsolódó feladatok alkalmazásával.

A tanulók váljanak képessé a középszintű érettségi vizsga letételére, amely követelményeit összegezve a következőképpen fogalmazza meg: „a mai társadalomban tájékozódni és alkotni tudó ember matematikai ismereteit kell megkövetelni, ami elsősorban a matematikai fogalmak, tételek gyakorlati helyzetekben való ismeretét és alkalmazását jelenti”.

*A fejlesztés fontosabb területei:*

- a térbeli tájékozódás képessége, alkalmas síkmetszetek,
- a matematikai modellalkotás; összefüggések megjelenítése, szintetizáló képesség,
- az absztraháló képesség,
- az emlékezés (függvények grafikus képe; geometriai transzformációk; eljárások, algoritmusok),
- a gondolkodás (fogalmak egymáshoz való viszonya, összefüggések megértése, oksági viszonyok megértése, analógiák felismerése, bizonyítási igény felkeltése, sejtés és tétel megkülönböztetése, kombinatív képességek fejlesztése, a deduktív gondolkodás megalapozása, a permanencia elv),
- a rendszerező képesség (a matematika különböző területei közötti kapcsolatok),
- az ismerethordozók használata (könyvek, számológépek, számítógépek, internet, interaktív eszközök),
- ismeretek alkalmazása (matematikán belül, más tantárgyakban, az élet különböző területein),

- a probléma felismerése, az értő-elemző olvasás, a problémához illeszkedő modell választása, diszkusszió,
- a kreativitás, alkotóképesség fejlesztése,
- az együttműködés (páros, kiscsoportos munka, egyéni és közös felelősség),
- önértékelés, önellenőrzés.

## 9. évfolyam

**Időkeret: 111 óra/ év; 3 óra/hét**

*Témakörönként javasolt óraszámok:*

<b>Gondolkodási módszerek:</b>	8 óra
<b>Számelmélet, algebra:</b>	35 óra
<b>Függvények, sorozatok:</b>	13 óra
<b>Geometria:</b>	38 óra
<b>Valószínűség, statisztika:</b>	6 óra

A tanterv összesen 100 órára tervez konkrét tananyagot, ebben benne foglaltatik a témazárókra, javításokra felhasználható órák száma is. A megmaradt 11 órát a szaktanár osztja szét év eleji, év végi ismétlésre, illetve az évközi gyakorlások számára az osztály ismeretében.

<b>Témakörök</b>	<b>Tananyag</b>	<b>Fejlesztési feladatok/Ajánlott tanuló tevékenységek</b>
<b>Gondolkodási módszerek Halmazok fogalmak, tételek</b>	A tanult számhalmazok (N, Z, Q, R), ponthalmazok áttekintése. Véges és végtelen halmazok. Tájékozódás a számegyenesen, intervallum fogalma. Alaphalmaz, üres halmaz. Halmazműveletek: unió, metszet, különbség, részhalmaz képzés, tulajdonságok szemléletes igazolása Venn-diagrammmal, logikai szitaformula alkalmazása. Tétel és megfordítása (folyamatos).	A halmazszemlélet fejlesztése, a szemléletes fogalmak definiálása. A szaknyelv és jelölésrendszer helyes használata, olvasása. A kommunikációs képességek fejlesztése, a definíció és a tétel megkülönböztetése. A szükséges és elégséges feltétel megkülönböztetése.

<b>Kombinatorika</b>	Egyszerű feladatok az összes eset összeszámlálása.	Módszeres összes eset összeszámlálás.
<b>Számelmélet, algebra</b>		
<b>Valós számok, műveletek</b>	A természetes számok halmazán értelmezett összeadás és szorzás műveletének tulajdonságai (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás). A két művelet megfordítása. A számhalmazok bővítése. A számhalmazok kapcsolata. Alpműveletek a valós számok halmazán. A hatványozás kiterjesztése egész kitevőre. A hatványozás azonosságai. Számok normálalakja. Számrendszerek. Nemnegatív számok négyzetgyöke.	Az absztrakciós képesség fejlesztése. A becslés és ellenőrzés igényének erősítése. A permanencia elv alkalmazása a számfogalom bővítésénél. A számológép célszerű használata.
<b>Algebra</b>	Betűkifejezések értelmezése (egytagú, többtagú; egész és tört kifejezés). Helyettesítési érték, értelmezési tartomány. Nevezetes azonosságok: $(a \pm b)^2$ , $(a \pm b)^3$ , $a^2 - b^2$ , $a^3 \pm b^3$ használata. Egyszerű algebrai kifejezések szorzattá alakítása, kiemeléssel, csoportosítással, nevezetes azonosságok segítségével. Műveletek egyszerű algebrai törtekkel.	A műveleti szabályok absztrahálása. A rendszerezési képesség fejlesztése. Algoritmikus gondolkodás fejlesztése.
<b>Számelmélet</b>	Oszthatóság fogalma, tulajdonságai. Prímszám, prímszámok száma, oszthatósági szabályok (2, 3, 4, 5, 6, 8, 9), számelmélet alaptétele. Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, relatív prímelek. Oszthatósági feladatok megoldása.	Bizonyítási igény fejlesztése. A sejtés és tétel megkülönböztetése. Induktív gondolkodás fejlesztése. Ellenpélda keresése. Megoldatlan számelméleti problémák, matematika történeti érdekességek, jelenlegi kutatások. Különböző ismerethordozók használata. A matematika iránti pozitív attitűd alakítása.
<b>Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek</b>	Egyenes arányosság, fordított arányosság, százalékszámítás. Egyenlet, egyenlőtlenség, alaphalmaz, megoldáshalmaz. Az egyenletek megoldási	A rendszerező képesség fejlesztése. A nyelv logikai elemeinek és a halmazműveletek összekapcsolása. Az értő, elemző olvasás

	<p>módszerei: grafikus, algebrai (mérlegelv, szorzattá alakítás, értelmezési tartomány, értékkészlet vizsgálat). Egyenlőtlenségek megoldása grafikus és algebrai módszerekkel. Egyszerű abszolútértékes egyenletek megoldása. Lineáris kétismeretlenes egyenletrendszerek megoldása grafikusán és algebrai módszerekkel (behelyettesítő-, egyenlő együtthatók módszere). Szöveges feladatok megoldása egyenletekkel, egyenletrendszerekkel.</p>	<p>segítségével matematikai modellek alkotása. Az ellenőrzés igényének a fejlesztése. A matematika eszközként való felhasználása a hétköznapi gyakorlatában és természettudományos problémák megoldásában.</p>
<b>Függvények, sorozatok</b>		
<b>Függvények</b>	<p>Különböző típusú hozzárendelések. Függvény fogalma, függvények megadása. Értelmezési tartomány, helyettesítési érték, értékkészlet. Egyenes arányosság, fordított arányosság. Összetartozó mennyiségek ábrázolása táblázattal, koordináta-rendszerben. Elemi függvények (<math>x \mapsto ax + b</math>, <math>x \mapsto  x </math>, <math>x \mapsto x^2</math>, <math>x \mapsto \frac{a}{x}</math>, egészrész-, törtrész- szignum függvény). Az elemi függvények egyszerű transzformációi <math>f(x)+d</math>, <math>f(x+d)</math>, <math>d \cdot f(x)</math>, <math>f(dx)</math>. Függvények ábrázolása, jellemzése (értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőértékek, monotonitás, paritás).</p>	<p>A függvényszemlélet fejlesztése. Különböző problémákhoz azonos modell keresése. Természettudományokban való hasznossága. A függvénytranszformációk kapcsolata az eltolással.</p>
<b>Geometria</b>		
<b>Tételek</b>	<p>Pontok, egyenesek, síkok és ezek kölcsönös helyzete. Tételek távolsága; szög, szögfajták, nevezetes szögpárok. Nevezetes pontthalmazok síkban és térben.</p>	<p>Térszemlélet formálása. Rendszerező képesség fejlesztése.</p>

<b>Síkbeli alakzatok</b>	A háromszögek oldalai, szögei és azok közötti összefüggések. Pitagorasz-tétel. A háromszög nevezetes vonalai és pontjai (oldalfelező merőlegesek, szögfelezők, körülírt kör, beírt kör). Thalész tétele és alkalmazása. A kör és részei, érintő szerkesztése. Négyszögek, sokszögek szögei, átlói. Speciális négyszögek, szabályos sokszögek.	Pitagorasz tételének alkalmazása gyakorlati feladatokban. Tételek alkalmazása szerkesztési feladatokban.
<b>Geometriai transzformációk</b>	Egybevágósági transzformációk (tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pontkörüli elforgatás, eltolás) és tulajdonságaik. Szimmetrikus alakzatok és tulajdonságaik. Háromszög, négyszögek középvonalai. A háromszög magasságvonalai, magasságpontja, súlyvonalai, súlypontja. Egybevágó alakzatok, háromszögek egybevágósága.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok erősítése. A függvényszemlélet fejlesztése. Szimmetriák és a matematika szépsége. A bizonyítási igény fejlesztése. Számítógépes programok bemutatása; az internet használata.
<b>Kerület, terület</b>	Középponti szög és a hozzá tartozó körív hosszának, illetve a körcikk területének kapcsolata. Szögek ívmértéke. A körcikk és a körszelet területe.	Mérési elvek tudatosítása.
<b>Vektorok</b>	A vektor fogalma (nullvektor, ellentett vektor, vektor abszolútértéke). Műveletek vektorokkal (összeadás, különbség), tulajdonságaik.	A vektor, mint matematikai modell.
<b>Valószínűség-számítás, statisztika</b>		
<b>Statisztika</b>	Adatok gyűjtése, rendezése, ábrázolása (táblázat, oszlopdiagram, kördiagram, stb.) a sport különböző területeiről is. Az adatsokasságok jellemzése (módusz, medián, súlyozott számtani átlag; terjedelem, az adatok szóródása).	Statisztikai adatok gyűjtése, értelmezése. A hétköznapi életben megjelenő statisztikai adatok helyes értelmezése.

### *Követelmények*

#### *Gondolkodási módszerek*

Tudjon különböző módon megadott halmazokat írni, olvasni, ábrázolni. Tudja alkalmazni a halmazelméleti alapfogalmakat (halmazok egyenlősége, üres halmaz, véges és végtelen halmaz, részhalmaz, komplementer halmaz). Tudja alkalmazni a halmazműveleteket és azok tulajdonságait egyszerű feladatok megoldásában.

Egyszerű ponthalmazokat tudjon ábrázolni koordináta-rendszerben.

Kombinatorikai feladatokban tudja az összes esetet összeszámlálni kis elemszám esetén.

#### *Számtan, algebra*

Tudja definiálni a racionális számot, ismerje az irracionális szám fogalmát. Az alapműveletek elvégzése és tulajdonságaik biztonságos alkalmazása a racionális számkörben zsebszámológéppel is. Ismerje a valós számok halmazának felépítését ( $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{Q}^*$ ,  $\mathbb{R}$ ). Tudjon ábrázolni számegyenesen számokat. Tudja az abszolútérték fogalmát.

A hatványozás értelmezése egész kitevőre. Tudja, hogy az  $a^n = a \cdot a \cdot \dots \cdot a$ , ha  $n > 1$  természetes szám,  $a^0 = 1$ ,  $a^1 = a$ , ismerje az  $a^n = \frac{1}{a^{-n}}$ -t, ha  $n$  negatív egész szám. Ismerje és használja a hatványozás azonosságait. Ismerje adott szám normálalakjának felírási módját, tudjon normálalakkal számolni.

Ismerje a polinom fogalmát, fokszámát, fokszám szerint rendezett alakját. Ismerje a nevezetes azonosságok  $((a \pm b)^2, (a \pm b)^3, a^2 - b^2, a^3 - b^3)$  összeg és szorzatalakját. Tudja alkalmazni a nevezetes azonosságokat egyszerű feladatokban. Tudjon algebrai egész kifejezésekkel egyszerű műveleteket végezni (összevonás, szorzás, osztás, szorzattá alakítás kiemeléssel, illetve a nevezetes azonosságok alkalmazásával). Egyszerű algebrai törtekkel tudja a négy alapműveletet elvégezni.

Tudja definiálni az oszthatósági alapfogalmakat (osztó, többszörös, prímszám, összetett szám). Tudjon természetes számokat prímtényezőkre bontani, két természetes szám legnagyobb közös osztóját, illetve legkisebb közös többszörösét meghatározni. A fentieket tudja alkalmazni egyszerű szöveges feladatokban. Ismerje és alkalmazza a relatív prímszám fogalmát. Feladatok megoldásában tudja alkalmazni a számelmélet alaptételét. Ismerje a 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 számokra, illetve 10 hatványaira vonatkozó oszthatósági szabályokat. Tudjon egyszerű oszthatósági feladatokat megoldani. Tudjon természetes számot átírni 10-es alapú számrendszerből 2-es alapú számrendszerbe és viszont.

Tudja az egyenes arányosság, fordított arányosság definícióját. Ismerje a százalékszámításhoz tartozó fogalmakat. Tudjon megoldani arányossági és százalékszámítási feladatokat. Az alaphalmaz és a megoldáshalmaz ismerete. Tudjon lineáris egyenleteket, egyszerű egyenlőtlenségeket megoldani különböző módszerekkel (mérlegelv, grafikus módszer). Tudjon egyszerű egyismeretlenes egyenlőtlenség-rendszereket megoldani.

Tudjon  $|ax + b| = c$  típusú egyenleteket algebrai és grafikus módon, valamint  $|ax + b| = cx + d$  típusú egyenleteket megoldani.

Tudjon kétismeretlenes lineáris egyenletrendszert megoldani. Alkalmazza az egyenleteket, egyenletrendszereket szöveges feladatok megoldásában.

#### *Függvények, sorozatok*

Ismerje függvény matematikai fogalmát, a függvénytani alapfogalmakat (értelmezési tartomány, hozzárendelés, képhalmaz, helyettesítési érték, értékészlet). Tudjon helyettesítési értéket számítani, függvényt értéktáblázattal ábrázolni. Ismerje, tudja ábrázolni és jellemezni

az alábbi hozzárendeléssel megadott elemi függvényeket:  $x \mapsto ax + b$ ,  $x \mapsto |x|$ ,  $x \mapsto x^2$ ,  
 $x \mapsto \frac{a}{x}$ .

Az elemi függvények egy lépéses transzformációjával megalkotott függvényeket tudjon ábrázolni és a grafikon alapján jellemezni (értékkészlet, zérushely, szélsőértékek, monotonitás, paritás).

### *Geometria*

Ismerje a térelemeket, azok kölcsönös helyzetét és a szög fogalmát. Ismerje a szögek nagyság szerinti osztályozását és a nevezetes szögpárokat.

Tudja a térelemek távolságára és szögére (pont és egyenes, pont és sík, párhuzamos egyenesek, párhuzamos síkok távolsága; két egyenes) vonatkozó meghatározásokat.

Tudja a kör, gömb, szakaszfelező merőleges, szögfelező fogalmát. Használja a fogalmakat feladatmegoldásokban.

Ismerje az alapszerkesztéseket, tudja azokat elvégezni.

Tudja csoportosítani a háromszögeket oldalak és szögek szerint.

Ismerje és alkalmazza az alapvető összefüggéseket háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között (háromszög-egyenlőtlenség, belső, illetve külső szögek összege, nagyobb oldallal szemben nagyobb szög van).

Tudja a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó definíciókat, tételeket (oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt, illetve beírt kör). Ismereteit alkalmazza egyszerű feladatokban.

Tudja a Pitagorasz-tételt és megfordítását és alkalmazza feladatok megoldásában.

Ismerje a négyszögek fajtáit (trapéz, paralelogramma, deltoid) és tulajdonságait, alkalmazza ismereteit egyszerű feladatokban.

Tudja és alkalmazza konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszege vonatkozó tételeket.

Tudja a szabályos sokszögek definícióját.

Ismerje a kör részeit. Tudja és alkalmazza feladatokban, hogy a középponti szög arányos a körívvel és a hozzá tartozó körcikk területével. A szög mérése fokban és radiánban. Kör, körcikk, körszelet kerületének, területének számítása.

Tudja és használja, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, s hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak.

Tudja és alkalmazza feladatokban a Thalész-tételt és megfordítását.

Ismerje a síkbeli egybevágósági transzformációk (eltolás, tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás) leírását, tulajdonságait.

Tudjon végrehajtani transzformációkat konkrét esetekben. Alkalmazza egyszerű feladatokban az eltolás, tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, egybevágósági transzformációkat.

Ismerje és tudja alkalmazni feladatokban a háromszögek egybevágósági alapeseteit.

Ismerje fel és használja feladatokban a különböző alakzatok szimmetriáit síkban és térben.

Tudja a következő definíciókat: vektor, vektor abszolútértéke, nullvektor, ellentett vektor; vektorok összege, különbsége.

### *Valószínűség, statisztika*

Tudjon adott adathalmazt szemléltetni, táblázatba rendezni és táblázattal megadott adatokat feldolgozni.

Tudjon kördiagramot és oszlopdiagramot készíteni, adott diagramról információt kiolvasni.

Ismerje és alkalmazza a következő fogalmakat: aritmetikai átlag (súlyozott számtani közép), medián (rendezett minta közepe), módusz (leggyakoribb érték).

## 10. évfolyam

Időkeret: 111 óra/ év; 3 óra/hét

Témakörönként javasolt óraszámok:

<b>Gondolkodási módszerek:</b>	6 óra
<b>Számelmélet, algebra:</b>	40 óra
<b>Függvények, sorozatok:</b>	12 óra
<b>Geometria:</b>	34 óra
<b>Valószínűség, statisztika:</b>	8 óra

A tanterv összesen 100 órára tervez konkrét tananyagot, ebben benne foglaltatik a témazárókra, javításokra felhasználható órák száma is. A megmaradt 11 órát a szaktanár osztja szét év eleji, év végi ismétlésre, illetve az évközi gyakorlások számára az osztály ismeretében.

<b>Témakörök</b>	<b>Tananyag</b>	<b>Fejlesztési feladatok/Ajánlott tanulói tevékenységek</b>
<b>Gondolkodási módszerek. Halmazok, fogalmak, tételek</b>	A halmazokról, halmazműveletekről tanultak alkalmazása más tananyagrészekben. Tétel és megfordítása. A skatulyaelv, indirekt bizonyítási mód bemutatása konkrét egyszerűbb feladatokon.	A matematikai gondolkodás megkülönböztetése a hétköznapi gondolkodástól. A bizonyítási igény fejlesztése.
<b>Kombinatorika</b>	Egyszerű sorba rendezési és kiválasztási feladatok a sport- és a hétköznapi életből.	A kombinatorikus gondolkodás fejlesztése. Az összes megoldás megkeresésével kapcsolatos igény fejlesztése.
<b>Számelmélet, algebra.</b>		
<b>Valós számok</b>	A valós számok halmaza. Racionális számok közös nevezőre hozása, irracionális szám tizedestört alakja. A $\sqrt{2}$ irracionális szám. A számegyenes és a valós számok kapcsolata. A négyzetgyökvonás azonosságai. Gyökjel alól való kihozatal, gyökjel alá való bevitel, törtek nevezőjének gyöktelenítése.	A permanencia elv alkalmazása a számfogalom bővítésénél. A bizonyítási igény fejlesztése. A természetes számok négyzetgyökének szerkesztése a számegyenesen.
	Az n-edik gyök fogalma, azonosságai.	A számológép célszerű használata. Műveletek a négyzetgyök műveleteinek analógiájára.

<p><b>Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenlet-rendszerek</b></p>	<p>Másodfokú egyenletek megoldása grafikus módszerrel, szorzattá alakítással (teljes négyzetté történő kiegészítés). A másodfokú egyenlet megoldóképlete. A diszkrimináns szerepe a megoldhatóság vizsgálatánál. A gyöktényező alak alkalmazása polinomok szorzattá alakításában. Gyökök és együtthatók kapcsolata, Viète-formulák. A másodfokú függvény kapcsolata a másodfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel. Egyszerű szélsőérték-feladatok megoldása. Másodfokú egyenlőtlenségek megoldása. Paraméteres másodfokú egyenletek vizsgálata. Két pozitív szám számtani és mértani közepének kapcsolata.</p>	<p>Többféle megoldási mód keresése. Az algoritmikus gondolkodás fejlesztése. Egyenletek, egyenlőtlenségek kapcsolata a függvényekkel. Probléma megoldáshoz alkalmas modell megalkotása. Algebrai feladatok diszkussziója.</p>
	<p>Másodfokúra visszavezethető magasabb fokú egyenletek. Másodfokú és magasabb fokú egyenletrendszerek megoldása.</p>	<p>Új változó célszerű bevezetése.</p>
	<p>Egyszerű négyzetgyökös egyenletek megoldása. Ekvivalens és nem ekvivalens lépések egyenlet átalakításánál.</p>	<p>Az önellenőrzés igényének fejlesztése.</p>
	<p>Szöveges feladatok megoldása.</p>	<p>A matematika eszközként való felhasználása a hétköznapi gyakorlatában és természettudományos problémák megoldásában.</p>

<b>Függvények, sorozatok</b>		
<b>Függvények</b>	<p>A másodfokú függvény általános alakja (<math>x \mapsto ax^2 + bx + c</math>) A másodfokú függvény transzformációi, ábrázolása, jellemzése. Egyszerű szélsőérték feladatok megoldása.</p> <p>A négyzetgyök függvény és a másodfokú függvény kapcsolata.</p> <p>A trigonometrikus függvények általános definíciója. A forgásszögek szögfüggvényeinek értelmezése. Összefüggések a szögfüggvények között. A trigonometrikus függvények (<math>x \mapsto \sin x</math>, <math>x \mapsto \cos x</math>, <math>x \mapsto \operatorname{tg} x</math>, <math>x \mapsto \operatorname{ctg} x</math>) ábrázolása, jellemzése.</p> <p>Periodikus, korlátos függvények.</p>	<p>A függvényszemlélet erősítése, új függvény tulajdonságok.</p> <p>A függvények, mint matematikai modellek. Táblázatok és a számológép célszerű használata. Számítógépes matematikai programok bemutatása.</p>
<b>Geometria</b>		
<b>Tételek</b>	<p>Tételek hajlásszöge (egyenesek hajlásszöge, kitérő egyenesek szöge, egyenes és sík szöge, két sík szöge). Sík és egyenes merőlegessége.</p>	
<b>Geometriai transzformációk</b>	<p>Párhuzamos szelők-, szelőszakaszok tétele. Szakasz felbontása adott arányú részekre. A középpontos hasonlóság fogalma, tulajdonságai. Hasonlósági transzformáció.</p>	<p>A geometriai transzformációk is függvények.</p> <p>A középpontos nagyítás és kicsinyítés alkalmazása a gyakorlati- és a hétköznapi életben.</p>
<b>Alakzatok</b>	<p>Hasonló alakzatok fogalma (körök, háromszögek, sokszögek hasonlósága). A hasonlóság alkalmazása (magasságtétel, befogótétel, szögfelező tétel). Két kör közös érintői. Kerületi és középponti szögek tétele. Húrnégyszögek, érintőnégyyszögek.</p>	<p>A bizonyítási igény fejlesztése. Az ismeretek széleskörű alkalmazása. A problémamegoldás fejlesztése.</p>
<b>Vektorok</b>	<p>Vektor szorzása skalárral, vektor felbontása összetevőkre. Vektorok a koordinátáson.</p>	<p>A vektorok alkalmazhatósága a matematikán belül és a fizikában.</p>

<b>Trigonometria</b>	Hegyesszögek szögfüggvényeinek az értelmezése derékszögű háromszögben, alkalmazásuk feladatok megoldásában. Összefüggések hegyesszögek szögfüggvényei között (pótszögek szögfüggvényei, $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ ). Nevezetes szögek szögfüggvényértékeinek meghatározása.	A négyjegyű függvénytáblázat és a számológép célszerű használata. Absztrakciós képességek fejlesztése. Adatok memorizálása.
<b>Kerület, terület</b>	A háromszögek, négyszögek, sokszögek területének számítása. Hasonló síkidomok területének-, hasonló testek felszínének, térfogatának az aránya.	Ismeretek alkalmazása feladatok megoldásában. A tanult képletek használata.
<b>Valószínűség- számítás, statisztika</b>		
<b>Valószínűség- számítás</b>	Valószínűségi képletek (kockadobás, pénzérmék, stb.). Esemény, eseménytér fogalma (lehetetlen esemény, biztos esemény, elemi esemény). A valószínűség szemléletes fogalma (gyakoriság, relatív gyakoriság, kedvező esetek száma, összes esetek száma). Egyszerű feladatok valószínűség-számításra.	A mindennapi élet és a valószínűségi gondolkodás kapcsolata.

### *Követelmények*

#### *Gondolkodási módszerek*

Tudja használni a legegyszerűbb halmazműveleteket a matematika különböző területein.

Ismerje az indirekt bizonyítási módszert és annak használatát konkrét példákban. A skatulyaelv alkalmazása egyszerű bizonyítási feladatokban.

Tudjon megoldani egyszerű sorba rendezési és kiválasztási feladatokat. Kevés elemszám esetén legyen képes az összes lehetőség megadására.

#### *Számtan, algebra*

Ismerje és alkalmazza a négyzetgyökvonás azonosságait. Adott  $n$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) esetén tudja eldönteni, hogy  $\sqrt{n}$  irracionális szám-e. Definiálja és használja az  $\sqrt[n]{a}$  fogalmát.

Ismerje az egyismeretlenes másodfokú egyenlet általános alakját. Használja a teljes négyzetté alakítás módszerét. Tudja meghatározni a diszkrimináns fogalmát. Ismerje és alkalmazza a megoldóképletet. Alkalmazza feladatokban a gyöktényező alakot. Tudjon törtes egyenleteket, másodfokú egyenletre vezető szóveges feladatokat megoldani. Tudjon egyszerű másodfokú egyenletrendszereket, egyszerű, másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldani. Tudjon  $\sqrt{ax+b} = cx+d$  típusú egyenleteket megoldani. Tudjon egyszerű másodfokú egyenlőtlenségeket megoldani

Két pozitív szám számtani és mértani közepének fogalma, kapcsolatuk ismerete.

### *Függvények, sorozatok*

Ismerje a másodfokú függvény általános és transzformációs alakját. Tudjon másodfokú függvényt transzformációval ábrázolni, a függvény jellemző tulajdonságait meghatározni.

Tudja hegyesszögek szögfüggvényeit derékszögű háromszög oldalarányaival definiálni, ismereteit alkalmazza feladatokban. Tudja a szögfüggvények általános definícióját. Tudja és alkalmazza a szögfüggvényekre vonatkozó alapvető összefüggéseket: pótszögek, kiegészítő szögek, negatív szög szögfüggvénye, pitagoraszi összefüggés.

Tudja ábrázolni és jellemezni az  $x \mapsto \sin x$ ,  $x \mapsto \cos x$ ,  $x \mapsto \operatorname{tg} x$ ,  $x \mapsto \operatorname{ctg} x$  trigonometrikus függvényeket.

### *Geometria*

Tudja a térelemek szögére (két egyenes, egyenes és sík, két sík hajlásszöge) vonatkozó meghatározásokat, alkalmazza feladatok megoldásában.

Ismerje a hasonlósági transzformációk leírását, tulajdonságait, alkalmazza a középpontos nagyítást, kicsinyítést egyszerű, gyakorlati feladatokban. Tudjon szakaszt adott arányban felosztani.

Hasonló alakzatok felismerése, egyszerű esetekben (pl. háromszögek hasonlósági alapesetei). Tudja felírni a megfelelő szakaszok arányát.

Tudja és alkalmazza feladatokban a hasonló síkidomok területének arányáról és a hasonló testek felszínének és térfogatának arányáról szóló tételeket.

Ismerje vektor skalárral való szorzását, vektorműveletekre vonatkozó műveleti azonosságokat, vektor felbontását összetevőkre.

Tudja hegyesszögek szögfüggvényeit derékszögű háromszög oldalarányaival definiálni, ismereteit alkalmazza feladatokban.

Tudja és egyszerű feladatokban alkalmazza a hegyesszögek szögfüggvényeire vonatkozó alapvető összefüggéseket: pótszögek, pitagoraszi összefüggés. Tudjon hegyes szögek esetén szögfüggvényeket kifejezni egymásból.

Tudja és alkalmazza a nevezetes szögek ( $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ) szögfüggvényeit.

Háromszög területének kiszámítása különböző adatokból:  $T = \frac{m_a \cdot a}{2} = \frac{a \cdot b \cdot \sin \gamma}{2}$

Nevezetes négyszögek területének számítása. Szabályos sokszögek kerületének és területének számítása.

### *Valószínűség, statisztika*

Véges sok kimenetellel bíró kísérlet esetén:

Tudjon eseményeket, eseményteret megadni konkrét példákban.

Tudjon egyenlő esélyű elemi eseményekből szimmetria megfontolásokkal valószínűségeket számítani egyszerű feladatokban.

Ismerje a relatív gyakoriság és a valószínűség közötti szemléletes kapcsolatot és a klasszikus valószínűség-számítási modellt.

## 11. évfolyam

**Időkeret: 111 óra/ év; 3 óra/hét**

*Témakörönként javasolt óraszámok:*

<b>Gondolkodási módszerek:</b>	12 óra
<b>Számelmélet, algebra:</b>	32 óra
<b>Függvények, sorozatok:</b>	8 óra
<b>Geometria:</b>	38 óra
<b>Valószínűség, statisztika:</b>	10 óra

A tanterv összesen 100 órára tervez konkrét tananyagot, ebben benne foglaltatik a témazárókra, javításokra felhasználható órák száma is. A megmaradt 11 órát a szaktanár osztja szét év eleji, év végi ismétlésre, illetve az évközi gyakorlások számára az osztály ismeretében.

<b>Témakörök</b>	<b>Tananyag</b>	<b>Fejlesztési feladatok/Ajánlott tanulói tevékenységek</b>
<b>Gondolkodási módszerek Halmazok, fogalmak, tételek</b>	A halmazokról, halmazműveletekről tanultak alkalmazása más tananyagrészekben. Véges halmaz részhalmazainak a száma. A teljes indukciós bizonyítás.	A matematikai modell alkotás fejlesztése. A halmazműveletek és a nyelv logikai elemei közötti kapcsolatok fejlesztése. Az induktív gondolkodás fejlesztése. A bizonyítási igény fejlesztése.
<b>Kombinatorika</b>	Permutációk, variációk, kombináció fogalma, kiszámítási módjaik. A binomiális együtthatók és a Pascal-háromszög. A sporthoz kapcsolódó kombinatorikai feladatok.	A kombinatív gondolkodás, fejlesztése. A szövegértelmezés, és szövegelemzés fejlesztése. Szimbólumok, felismerése, a jelrendszer használata. A számológép használata, formulák kiszámítására.
<b>Gráfok</b>	Gráfelméleti alapfogalmak (pont, él, fokszám, egyszerű gráf, összefüggő gráf, fagráf). A gráfok alkalmazása. Feladatok megoldása gráfokkal.	A gráf, mint matematikai modell.
<b>Számelmélet, algebra</b>		
<b>Egyenletek</b>	Másodfokúra visszavezethető magasabb fokú egyenletek, másodfokú és magasabb fokú egyenletrendszerek megoldása, új változó bevezetése.	Rendszerező képesség fejlesztése.
<b>Hatvány</b>	Pozitív alapú racionális kitevőjű hatvány értelmezése. A hatványozás azonosságai.	Egy matematikai fogalom célszerű kiterjesztése, a permanencia elv érvényesítése.

<b>Logaritmus</b>	Pozitív valós számok logaritmusának értelmezése. A logaritmus azonosságai.	Matematikatörténet, könyvtár-, internethasználat. Absztraháló képesség fejlesztése
<b>Egyenletek, egyenlőtlenségek</b>	Exponenciális és logaritmusos egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Egyszerű trigonometrikus egyenletek megoldása.	Analizáló és szintetizáló képesség fejlesztése.
<b>Függvények, sorozatok</b>		
<b>Függvények</b>	Az egész számokon értelmezett különböző alapú exponenciális függvények vizsgálata. Az értelmezési tartomány kiterjesztése a racionális számok halmazára. Az exponenciális függvény fogalma, jellemzése. A logaritmus függvény fogalma, jellemzése. Különböző alapú logaritmus függvények, kapcsolatuk a megfelelő alapú exponenciális függvényekkel. Az inverz függvény szemléletes fogalma. Trigonometrikus függvények egyszerű transzformációi.	A függvényszemlélet fejlesztése. A rendszerező-képesség fejlesztése. Számítógép, grafikus számológép használata függvények ábrázolásában, jellemzésében.
<b>Geometria</b>		
<b>Vektorok</b>	A vektorokról tanultak ismétlése (alapismeretek, műveletek vektorokkal, műveleti tulajdonságok, vektorok a koordinátasíkon, vektorok lineáris kombinációi). Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai, alkalmazása feladatok megoldásában.	A fizika matematikai modelljei és azok visszahatása a matematikára.
<b>Trigonometria</b>	Színusztétel, koszinusztétel. Alkalmazásuk feladatok megoldásában. Addíciós tételek, alkalmazásuk alapfeladatokban.	A matematika gyakorlati alkalmazása. Táblázatok és a számológép célszerű használata.

<p><b>Koordináta-geometria</b></p>	<p>Pont és helyvektora a koordinátasíkon. Vektorműveletek koordinátákkal. Vektor abszolútértékének számítása (két pont távolsága). Szakasz osztópontja (felező-, harmadolópont), a háromszög súlypontja. Egyenes megadása különböző paraméterekkel (két pont; egy pont és irányvektor; egy pont és normálvektor; egy pont és iránytényező), ezeknek megfelelő egyenes egyenletek felírása. Két egyenes metszéspontja. Két egyenes párhuzamosságának és merőlegességének koordinátageometriai feltételei. A kör egyenlete, kapcsolata a másodfokú kétismeretlenes egyenlettel. A kör és egyenes kölcsönös helyzete. A kör érintője. A parabola, mint pontthalmaz és tengelyponti egyenlete.</p>	<p>Algebrai modellekkel geometriai problémák megoldására. A kreatív gondolkodás fejlesztése. Adott problémára többféle megoldás keresése. A matematika sokszínűsége, szépsége. Az önellenőrzés igényének fejlesztése.</p>
<p><b>Valószínűség-számítás, statisztika</b></p>		
<p><b>Valószínűség-számítás</b></p>	<p>Eseménytér fogalma. Műveletek eseményekkel (események: összege, különbsége, szorzata, komplementere). A klasszikus valószínűség-számítás modellje. A valószínűség tulajdonságai. Valószínűség számítása visszatevéses mintavétel esetén (binomiális eloszlás).</p>	<p>Új szövegkörnyezetben az „és”, „vagy”, „nem” szavak. A modellalkotás fontossága problémák megoldásához.</p>
<p><b>Statisztika</b></p>	<p>Statisztikai adatok osztályokba sorolása, gyakorisági, relatív gyakorisági diagram készítése. Adatok szóródása, a szórás fogalma. Statisztikai mintavétel (visszatevéses, visszatevés nélküli), példák az mindennapi élet különböző területeiről.</p>	<p>A számológép használata statisztikai jellemzők számításában. Számítógépek fontossága a statisztikai adatok feldolgozásában.</p>

### *Követelmények*

#### *Gondolkodási módszerek*

Tudjon megoldani egyszerű kombinatorikai feladatokat. Tudja kiszámolni a binomiális együtthatókat. Ismerje a Pascal-háromszög és a binomiális együtthatók kapcsolatát. Tudja, hogy az  $n$  elemű halmaz részhalmazainak a száma,  $2^n$ .

Ismerje a gráf szemléletes fogalmát, a gráfelmélet alapfogalmait. Tudjon gráffal szemléltetni egyszerű szituációkat, és egyszerű feladatokat megoldani gráfok segítségével.

#### *Számtan, algebra*

Tudjon egyszerű másodfokú egyenletrendszereket, egyszerű, másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldani.

A hatványozás értelmezése racionális kitevő esetén. Ismerje és használja a hatványozás azonosságait racionális kitevőre.

Definiálja és használja feladatok megoldásában a logaritmus fogalmát, valamint a logaritmus azonosságait. Tudjon áttérni más alapú logaritmusra. Tudjon definíciók alapján és azonosságok közvetlen alkalmazásával megoldani egyszerű exponenciális és logaritmusos egyenleteket, egyenlőtlenségeket.

Tudjon trigonometrikus egyenleteket definíciók és alapazonosságok közvetlen alkalmazásával megoldani.

#### *Függvények, sorozatok*

Tudja ábrázolni és jellemezni a konkrét alappal megadott exponenciális és logaritmus függvényeket. Ismerje az azonos alapú exponenciális és logaritmus függvények inverz kapcsolatát. Egyszerű egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása esetén alkalmazza a fenti függvények monotonitását.

Tudja a trigonometrikus függvények általános definícióját.

Tudjon függvénytranszformációval trigonometrikus függvényeket ábrázolni.

#### *Geometria*

Tudja a skalárszorzat definícióját; tulajdonságait. Tudja koordinátákból kiszámítani a skalárszorzatot.

A vektor  $90^\circ$ -os elforgatottjának koordinátáit tudja meghatározni az eredeti vektor koordinátáiból.

Tudja és használja a szinusz- és a koszinusztételt. Tudjon számolásokat végezni általános háromszögben.

Tudja  $\vec{AB}$  vektor koordinátáit, abszolútértékét; két pont távolságát; adott szakasz felezőpontjának, harmadoló pontjainak koordinátáit meghatározni. Tudja meghatározni egy háromszög súlypontjának koordinátáit a csúcsok ismeretében. Ezeket alkalmazza egyszerű feladatok megoldásában.

Tudja felírni különböző paraméterekkel meghatározott egyenesek egyenletét, egyenesek metszéspontjának koordinátáit kiszámítani.

Ismerje egyenesek párhuzamosságának és merőlegességének koordinátageometriai feltételeit.

Alkalmazza fenti ismereteit egyszerű háromszöggel- és négyszöggel kapcsolatos feladatok megoldásában.

Adott középpontú és sugarú körök egyenletét tudja felírni. Tudja kétismeretlenes másodfokú egyenletből a kör középpontját és sugarát meghatározni.

Kör és egyenes metszéspontjának meghatározása az egyenletrendszer megoldásával. A kör adott pontjában húzott érintőjének egyenletét tudja felírni.

Alkalmazza ismereteit egyszerű feladatokban.

*Valószínűség, statisztika*

Tudjon egyszerű feladatokat megoldani a klasszikus valószínűség-számítási modellel.

Valószínűségek kiszámítása visszatevéses mintavétel esetén, binomiális eloszlás.

Ismerje a véletlen minta fogalmát. Szemléletes módon ismerje a kapcsolatot egy esemény relatív gyakorisága és valószínűsége között.

Ismerje és használja a következő fogalmakat: terjedelem, átlagos abszolút eltérés, szórás.

Adott adathalmaz esetén tudja kiszámolni a szórást számológéppel.

Tudjon adathalmazokat összehasonlítani a tanult statisztikai mutatók segítségével.

## 12. évfolyam

**Időkeret: 96 óra/ év; 3 óra/hét**

*Témakörönként javasolt óraszámok:*

<b>Gondolkodási módszerek:</b>	12 óra
<b>Számelmélet, algebra:</b>	20 óra
<b>Függvények, sorozatok:</b>	18 óra
<b>Geometria:</b>	38 óra
<b>Valószínűség, statisztika:</b>	8 óra

A tanterv összesen 96 órára tervez. A témakörökre tervezett óraszámok magába foglalják a rendszerező összefoglalás óraszámait is, és ebben benne foglaltatik a témazárókra, javításokra felhasználható órák száma is.

<b>Témakörök</b>	<b>Tananyag</b>	<b>Fejlesztési feladatok/Ajánlott tanulói tevékenységek</b>
<b>Gondolkodási módszerek</b>		
<b>Logika</b>	A kijelentés fogalma, műveletek végzése kijelentésekkel (negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia). Egyszerű műveleti azonosságok vizsgálata igazságtáblázatokkal. Konjunkció, diszjunkció kapcsolata halmazműveletekkel.	A matematika különböző területeinek összekapcsolása, az ismeretek rendszerezése.
<b>Rendszerező összefoglalás</b>		
<b>Halmazok, kombinatorika, gráfok</b>	Halmazok megadása, műveletek halmazokkal. Véges halmazok, részhalmazok. Kombinatorika (permutációk, variációk, ismétlés nélküli kombinációk). Gráfokról tanultak áttekintése, alkalmazása feladatokban. A megismert bizonyítási eljárások alkalmazása.	A matematika különböző területeinek kapcsolata. A deduktív gondolkodás fejlesztése.

<b>Számelmélet, algebra</b>		
<b>Számelmélet</b>	Számhalmazok felépítése, műveletek és tulajdonságaik. Számelméleti alapfogalmak.	A tanult műveletek biztonságos végzése különböző típusú és alakú számokkal.
<b>Algebra</b>	Algebrai kifejezések áttekintése. Nevezetes szorzatok és összegek. Az egyenletek és megoldási módjaik. Az értelmezési tartomány és értékkészlet szerepe. Ekvivalens és nem ekvivalens átalakítások. Különböző típusú egyenletek megoldása (elsőfokú, másodfokú, négyzetgyökös, exponenciális, logaritmikus, trigonometrikus). Egyenlőtlenségek. Egyenlet- és egyenlőtlenségrendszerek megoldása. Szöveges feladatok megoldása.	Pontos munkavégzés önellenőrzéssel. A gondolkodási módszerek alkalmazása algebrai feladatok megoldásában. Értelmező, elemző szövegfeldolgozás, matematikai modellalkotás. Problémamegoldó képesség fejlesztése.
<b>Függvények, sorozatok</b>		
<b>Sorozatok</b>	Számsorozatok értelmezése, megadásuk különböző módokon. Számítani és mértani sorozat fogalma, $a_n$ -re és $S_n$ -re vonatkozó képletek. Feladatok változatos szövegkörnyezetben. Kamatos kamatra vonatkozó feladatok.	A sorozatok is függvények. Az induktív gondolkozás fejlesztése, a bizonyítási igény erősítése. Képletek használata, különböző alak azonos tartalommal. A matematikai modellalkotás fontossága, alkalmazhatósága a mindennapi életben. Matematikatörténeti érdekességek.
<b>Rendszerező összefoglalás</b>		
<b>Függvények</b>	A függvényekről tanultak rendszerezése, az elemi függvények áttekintése. A függvénytranszformációk alkalmazása, függvények jellemzése grafikonjaik segítségével.	A függvényszemlélet fejlesztése. A függvény, mint matematikai modell a természettudományokban és a hétköznapokban.
<b>Geometria</b>		
<b>Kerület, terület</b>	Síkidomok kerülete, területe. A tanultak ismétlése, rendszerezése.	

<b>Felszín, térfogat</b>	A felszín és a térfogat szemléletes fogalma. Hengerszerű, kúpszerű testek felszíne, térfogata. A gömb felszíne és térfogata. A csonkagúla és a csonkakúp felszíne és térfogata. Gyakorlati feladatok megoldása.	A térszemlélet fejlesztése. A különböző ábrázolásmódok. A matematika kapcsolata a mindennapokkal.
<b>Rendszerező összefoglalás</b>		
<b>Geometriai transzformációk</b>	Egybevágósági, hasonlósági transzformációk ismételése.	A függvényszemlélet erősítése. A geometria szerepe a műszaki életben és a képzőművészetekben.
<b>Alakzatok</b>	Síkídomokról tanultak áttekintése (háromszögek, négyszögek, sokszögek, kör).	A deduktív gondolkodás fejlesztése.
<b>Vektorok</b>	A vektorokról tanultak rendszerezése. Vektorműveletek és tulajdonságaik, műveletek koordinátákkal.	A matematikai modellek alkotása, alkalmazása más tudományokban.
<b>Koordináta-geometria</b>	Vektorok a koordinátasíkon. Ponthalmazok megadása algebrai eszközökkel. Ponthalmazok egyenletei (egyenes, kör), kölcsönös helyzetük.	Ponthalmazok kapcsolata a függvényekkel.
<b>Trigonometria</b>	Összefüggések a háromszög oldalai és szögei között (szinusztétel, koszinusztétel), alkalmazásuk feladatok megoldásában.	A trigonometria alkalmazása különböző területeken.
<b>Rendszerező összefoglalás</b>		
<b>Valószínűség-számítás</b>	Eseménytér alapfogalmai, műveletek eseményekkel. A klasszikus valószínűség-számítás modellje. A valószínűség kiszámítása visszatevése mintavétel esetén.	A valós világ sztochasztikus eseményeinek vizsgálata matematikai modellekkel. Minőség-ellenőrzés, közvélemény-kutatás.
<b>Statisztika</b>	Leíró statisztikák. Adatok ábrázolása (táblázatok, diagramok); jellemzőik (átlag, medián, módusz, szórás).	A modellalkotás hangsúlyozása.

### *Követelmények*

#### *Gondolkodási módszerek*

Tudjon egyszerű matematikai szövegeket értelmezni. Ismerje és alkalmazza megfelelően a kijelentés fogalmát. Értse és egyszerű feladatokban alkalmazza az állítás tagadása műveletet. Ismerje az „és”, a „(megengedő) vagy” logikai jelentését, tudja használni és összekapcsolni azokat a halmazműveletekkel. Értse és használja helyesen az implikációt és az ekvivalenciát. Használja helyesen a „minden”, „van olyan” kvantorokat.

Tudjon definíciókat, tételeket pontosan megfogalmazni. A „szükséges”, az „elégleges” és a „szükséges és elégleges” feltételek helyes használata feladatokban.

#### *Számtan, algebra*

Az előző évfolyamokon a részterületeknél megfogalmazott követelmények az érvényesek, melyek azonosak a középszintű érettségi követelményeivel.

#### *Függvények, sorozatok*

Ismerje a számsorozat fogalmát és a számsorozatok megadásának különböző módjait. Tudjon olyan feladatokat megoldani a számtani és mértani sorozatok témaköréből, ahol a számtani, illetve mértani sorozat fogalmát és az  $a_n$ -re, illetve az  $S_n$ -re vonatkozó összefüggéseket kell használni.

Tudja a kamatos kamatra vonatkozó képletet használni, s abból bármelyik ismeretlen adatot kiszámolni.

Ismerje az elemi függvényeket. Tudjon függvénytranszformációval függvényeket ábrázolni, azokat grafikonjuk alapján jellemezni.

#### *Geometria*

Ismerje és használja megfelelően az alapfogalom, axióma, definiált fogalom, bizonyított tétel fogalmát.

Ismerje a síkidomok, testek csoportosítását különböző szempontok szerint.

Ismerje a kerület, terület, felszín és a térfogat szemléletes fogalmát.

Speciális síkidomok területképletének ismerete és használata feladatok megoldásában.

Hasáb, gúla, forgáshenger, forgáskúp, gömb, csonkagúla és csonkakúp felszínének és térfogatának kiszámítása képletbe való behelyettesítéssel.

#### *Valószínűség, statisztika*

Az előző évfolyamokon a részterületeknél megfogalmazott követelmények az érvényesek, melyek azonosak a középszintű érettségi követelményeivel.